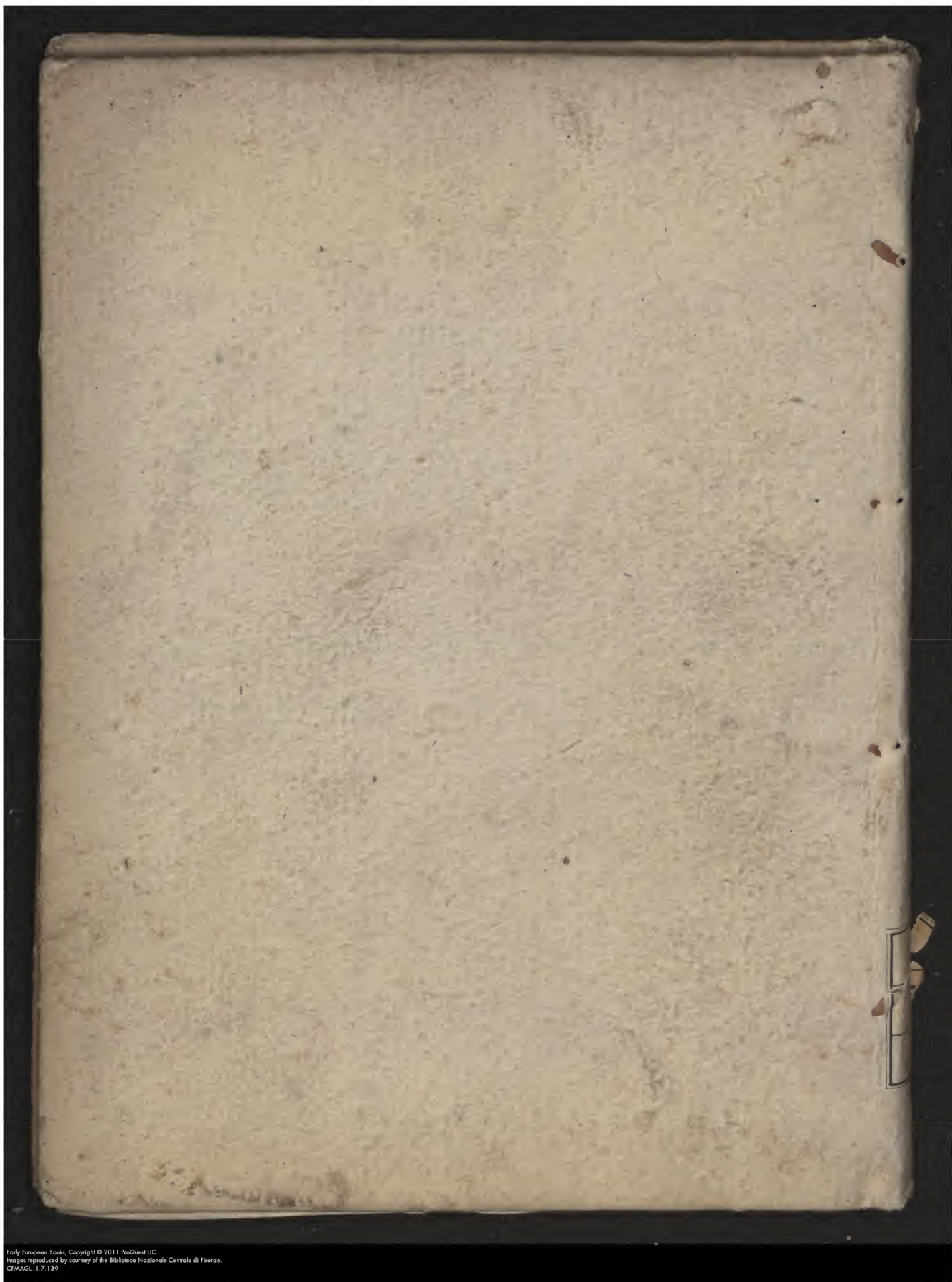


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.139

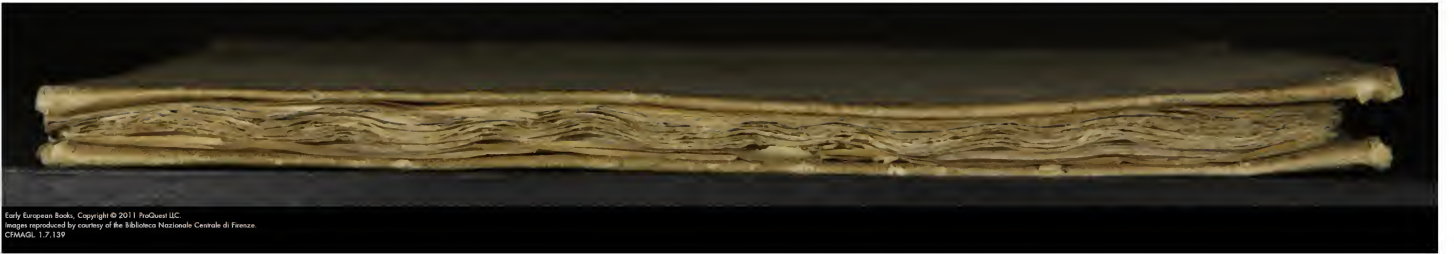




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL.1.7.139



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
C/MAGL 1.7.139

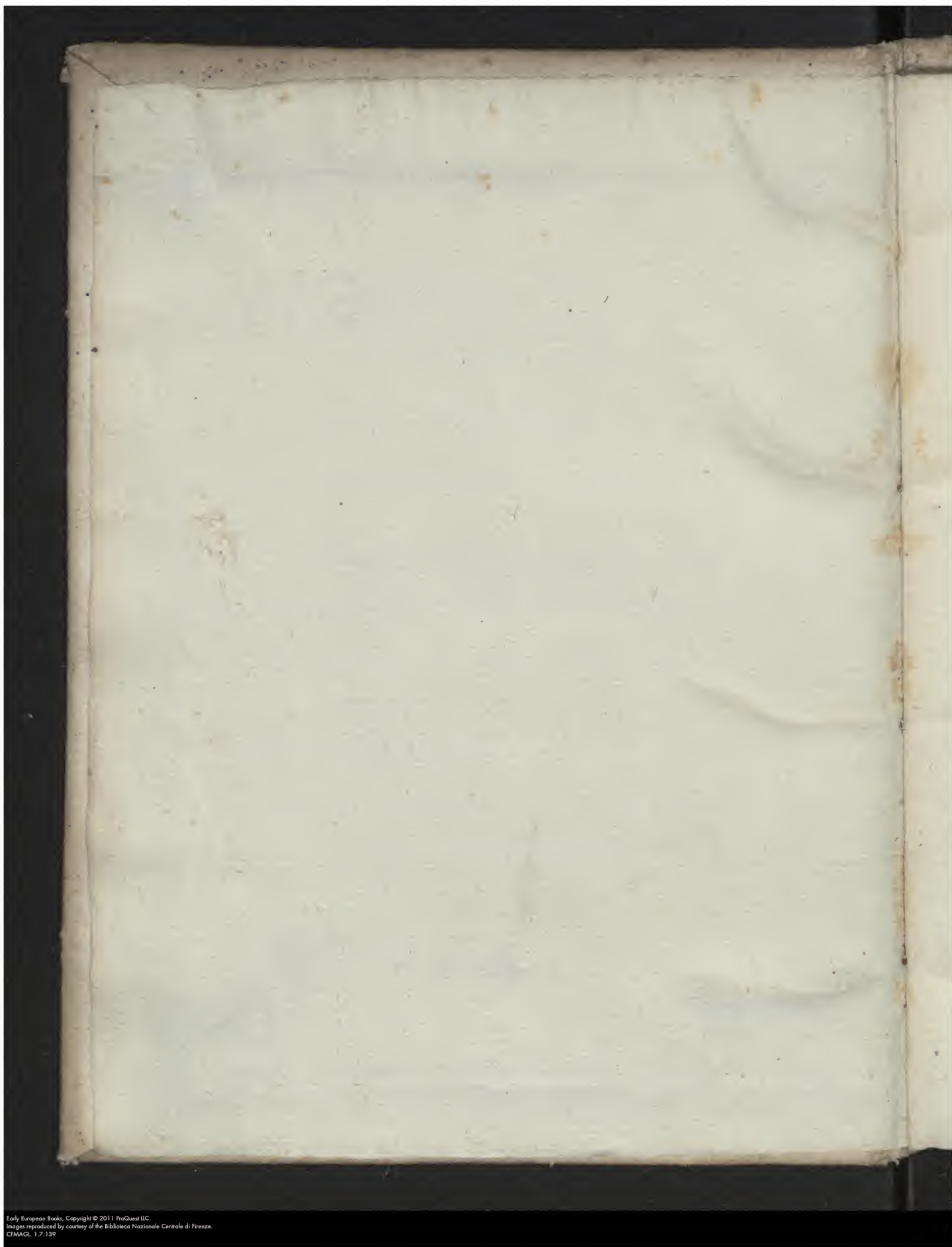


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.139

1. 7. 139

1 H.7

XI
CEV.



OPUSCULA
MATHEMATICA

DE ARITHMETICA
LIBER PRIMUS
DE ALGEBRA
LIBER PRIMUS

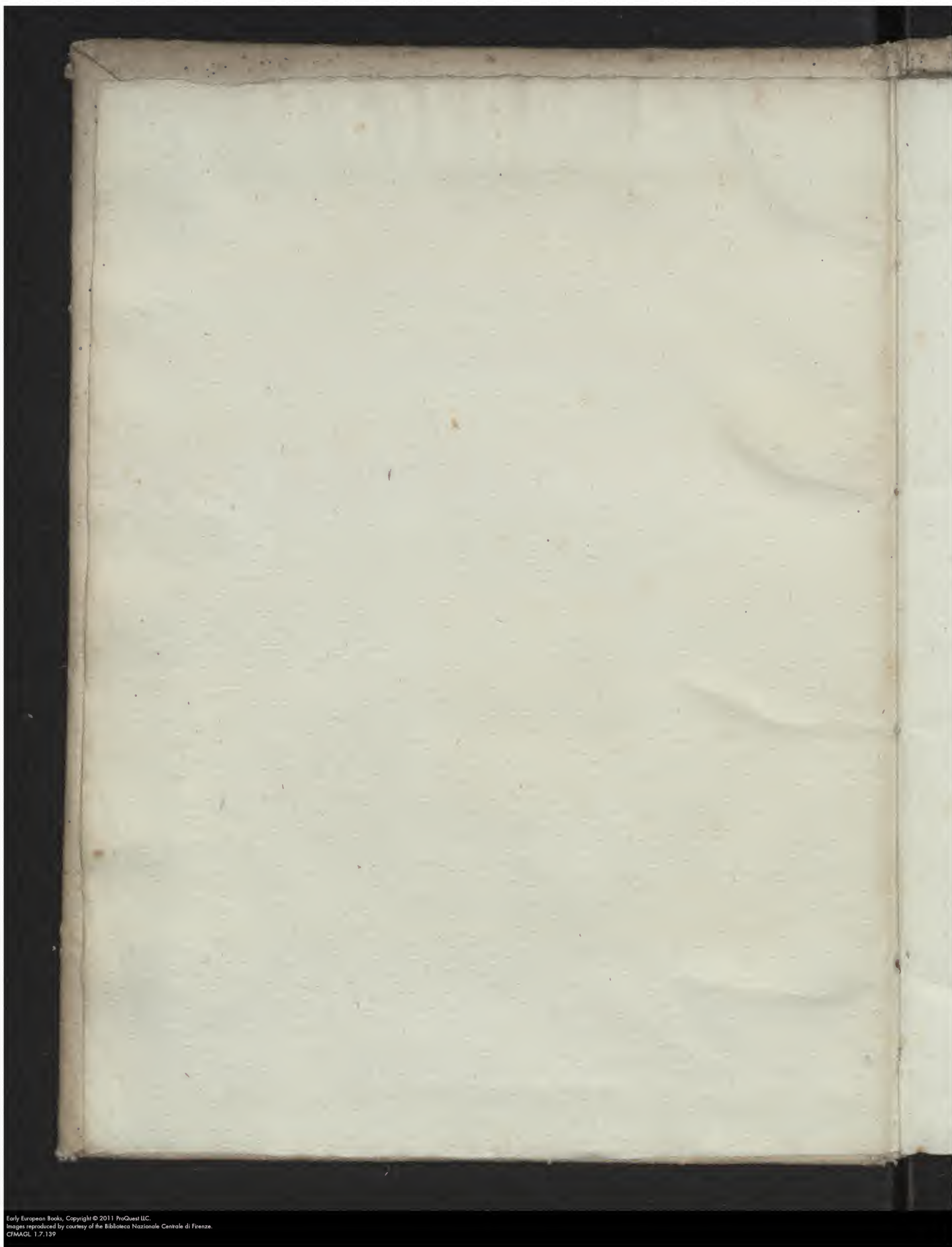
IOANNIS CERVINO

MESENI



MESENI

Ex Typographia Ludovici de Meis. 1651.
Apud Joannem de Meis.



OPVSCVLA MATHEMATICA

DE POTENTIIS OBLIQVIS,
DE PENDVLIS,
DE VASIS,
ET DE FLVMINIBVS.

IOANNIS CEVÆ

Mediolanensis.



MEDIOLANI

Ex Typographia Ludouici Montiaë. 1682.
Superiorum permissu.

OPUSCULA
MATHEMATICA

DE POTENTIS OBLIQUIS,
DE RADICALIBUS,
DE FRATIBUS,
ET DE ALIIS SIMILIBUS.

IOANNIS CERVÆ

Mediolanensis.



MEDIOLANI

Ex Typographia Ludovici Bontani 1584.
Zap. nro. 17. 1584.

EMINENTISSIMO PRINCIPI
MICHAELI ANGELO RICIO
S. R. E. CARD.



Agno Patrono, ac Iudici, Tibi nimirum, CARDINALIS AMPLISSIME, hac mea qualiacunque, non sine ingenuo rubore subycio. Minima sunt, & publicam lucem formidant; quantò magis splendorem purpure, atque aciem mentis tue? Adde, alijs curis, alijsque dudum altioribus studijs ac muneribus animum Tibi occupatum, ut laus exigua videri possit, si nomen clarissimi Mathematici obiecerim Tibi, & libellum tuum planè aureum de arcanis Algebra penitissimis, à te in lucem editum, in memoriam reuocauerim. Vicit tamen hac omnia humanitas tua singularis, nec non breuitas ipsa voluminis in quatuor exigua opuscula distributi. Noua sunt pleraque, & nonnulla hucusque desiderata; eaque perstringam paucis, ne, si quando per otium tibi licuerit, in eorum delectu sit laborandum. In primo tractatu de potentijs obliquis, mobilium varios effectus, iuxta multiplices virtutes, atque directiones, mechanicè prius demonstratos, geometricè subinde expendo. In secundo de pendulis, angulum incidentiæ aequalem angulo reflexionis, cui principio nituntur vniuersa

CA-

catoptrica, obiter demonstro; dein quanam sint momenta corporum, dum in descensu per plana ad horizontem inclinata, vel rotantur, vel eadem radunt; denique (quod institutum est) tempora, quibus vibrantur duo pendula aequè inclinata ad suum perpendicularum, esse ut longitudes pendulorum, non verò in subduplicata ratione ipsarum. Sequitur tertius de vasis, in quo rationes, quas habent inuicem altitudines, tempora, & velocitates aquarum è luminibus erumpentium, afferuntur. Tandem agimus de fluminibus, atque obiter ostendimus, inequalitatem gravitatis specificæ oriri præcisè ex maiori, vel minori densitate corporum; docemus subindè penduli ope metiri in quocunque fluminis loco eiusdem velocitatem, & quantitatem.

Hæc succis suis horis à me elaborata, amicorum hortatu in lucem dedi; quorum, si quidpiam arrikerit Tibi, Macenas Eminentissime, fructum amplissimum horum studiorum capisse arbitrabor; animosque addes, ut ijsdem continuatis maiora etiam aggrediar. Faciant interim Superi immortales, ut bonæ artes te incolume diu fruantur, diuque suspiciat Roma atque Orbis exemplar vitæ integerrimæ, Ærarium omnigenæ eruditionis præsertim sacre; animumque maiorem ipsâmet purpurâ.

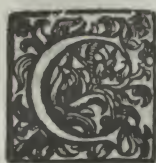
Eminentia Tua Reuerendissima

Humillimus, & obsequentiſſimus Seruus
Ioannes Ceſa Academiæ Phyſicæ
mathematicæ Romanæ Socius.

DE POTENTIIS OBLIQUIS

Tractatus Geometricomechanicus

EXPLICATIO TERMINORVM.



VM dicimus ex. gr. mobile A esse affectum virtute AB; intelligimus ipsum mobile tale in se principium habere, vt feratur secundum lineam AB habens in principio motus, nempe cum est in A, potentiam ab ipsa AB linea dimensam. Fig. 1.
Tab. 1.

Quod si id ipsum mobile dicamus affectum pluribus virtutibus, hoc est AB, AC; Sensus erit quoddam mobili insit tale principium tendendi secundum vtranque lineam AB, AC; vid. per AB, operante virtute AB, & per AC virtute AC; quamuis si moueretur mediam inter vtranque lineam susciperet viam, aliam quadam virtute ab expositis resultante: hanc verò quomodo vestigare possimus docebimus infra.

A X I O M A I.

Si mobile fuerit affectum duabus virtutibus æqualibus in eadem recta linea impellentibus, sed ad partes oppositas, sistetur immotum.

A X I O M A II.

Si mobile fuerit affectum duabus, vel pluribus virtutibus in eadem recta linea operantibus, & ad eandem partem tendentibus, in hanc ipsam partem feretur mobile tantò potentia, quantum est aggregatum dictarum virtutum.

PROP. I. THEOR. I.

SI mobile sit affectum duabus virtutibus inæqualibus in eadem linea recta in oppositum tendentibus feretur illud ad partes maioris virtutis tantà virtute, quanta est differentia datarum.

Fig. 2. Tab. 1.

A

Si

De Potentijs Obliquis

Sit mobile A affectum virtutibus AB, AD, inæqualibus, tendentibus in oppositas partes BD, sintque ambæ in eadem recta BAD; & earum differentia sit CD. Dico mobile latum iri ad partes D, potentiâ CD.

Nam virtutes AC, AB sunt æquales in eadem recta operantes, & in oppositum nitentes; ergo cum ponantur inseparabiles ab ipso mobili, necesse est mobile earum vi librari; Sed excessus CD non habet cum qua alia virtute pugnet, ergo debet ipsum mobile virtute CD moveri.

S C H O L I U M.

Hic lectorem monitum volo, quoties dicimus ex. gr. virtutem aliquam AD, sensum esse mobile A respectu huius virtutis tendere in D; quod si diceremus DA, tunc concipiendum esset idem mobile A tendens ad partes B virtute DA; quamobrem diligenter attendendum est; quoties enuntiamus virtutes, quasnam litteras primo, & quas secundo loco exprimamus.

PROP. II. THEOR. II.

Fig. 3. Tab. 1. **M**obile A tendat in B virtute AB, & super hanc lineam, tanquam hypothenusam sit triangulum rectangulum ACB ex infinitis, quæ poni possunt: Dico mobile affectum illi virtute, niti secundum AC virtute AC; & secundum lineam parallelam ipsi CB à puncto A deductam niti virtute CB.

Gal. de motu Proiec. & equ. pr. 2. Borel- lins de viper- cuss. pr. 14. Si enim concipiamus mobile A cucurrisse spatium AB æquabili motu; idem mobile percurrisset distantiam AC eodem tempore, motuque æquabili, quare ut spatium AB ad spatium AC, ita velocitas per AB ad eam per AC; verum ut sunt velocitates inter se, ita virtutes motrices, cum igitur virtus per BA sit BA, illa per AC erit AC. Idem ostendemus respectu lineæ ductæ ex A parallelæ ipsi CB.

PROP. III. PROB. I.

Dato mobili affecto duabus virtutibus, reperire mediam viam per quam dirigatur, & potentiam motricem.

Fig. 4. & 5. Tab. 1.

Si virtutes sint in eadem recta, vel tendent ad eandem partes, vel non;

Tractatus Geometricomechanicus. 3

non; si ad easdem partes, potentia erit aggregatum virtutum, & directio ipsa linea, in qua sunt virtutes suppositæ; si non tendant ad easdem partes, in oppositas spectabunt, cum sint in eadem linea; itaque vel sunt æquales, vel non; si æquales nulla erit directio, neque potentia; si inæquales, iam ostendimus in primo huius esse directionem, seu viam motus lineam illam in qua virtus maior; potentiam verò qua moueretur differentiam virtutum.

Sed non sint in eadem recta; itaque mobile ponatur A, & virtutes, quibus est affectum exprimantur rectis lineis AB, AC. Iungatur BC quâ diuisâ bisariam in puncto D iungatur AD, & producaturs indefinitè ad partes D; tum secetur DE æqualis AD; dico AE, seu duplam ipsius AD esse quæsitam potentiam, & viam quâ dirigitur mobile sic affectum.

A puncto A cadat perpendicularis AG in lineam BC, eaque productâ, sumatur GF æqualis AG, iunctâ modo EF, erit parallela ipsi DG; est autem DG perpendicularis ipsi AF, ergo etiam EF.

Iam verò quoniam virtus AB producit duas virtutes AG, GB, & AC duas AG, GC; virtutes AB, AC resolventur in quatuor virtutes AG bis, & duas GC, GB; Sed in primo casu duæ virtutes GC, GB æquivalent differentiæ ipsarum, & in secundo earundem aggregato, nempe FE, quod quidem inferius lemmate ostendimus, ergo virtutes AB, AC proueniunt ex virtutibus AF, duplâ ipsius AG, & FE; hæc autem duæ produciunt AE; ergo AE est quæsitâ potentia, & directio secundum quam ferri debet mobile sic affectum.

LE M M A.

Quod verò assumpsimus, videlicet in quarta figura esse FE differentiam virtutum, seu linearum GC, GB; & in quinta figura, aggregatum earundem linearum, hoc modo fiet manifestum.

Quia in primo casu BD est æqualis DC ex constructione, erit BG maior ipsa GC, excessu DG, atque adeo ablata DG ex DC erit excessus lineæ BG supra GC dupla ipsius DG; sed DG ad EF, est vt DA ad AE, nempe vt 1 ad 2, ergo excessus, siue differentia ipsius BG supra GC erit æqualis EF.

In quinta verò figura, quia BD, DC sunt æquales, erunt tres lineæ GB, GD, GC arithmetice proportionales; idcirco dupla mediæ GD æqualis erit duabus simul lineis extremis GB, GC; verum

A 2

dupla

dipla eiusdem DG, vt superius diximus, est æqualis lineæ FE, ergo FE est æqualis aggregato linearum GC, GB, quod &c.

COROLLARIUM.

Hinc manifestum est, si iungantur BE, CE, esse BACE parallelogrammum, cum diametri BC, AE se inuicem bifariam secant; itaque si à punctis C, B nulla habita ratione diametrorum ducantur parallelæ vt impleant parallelogrammum BACE, datum erit punctum E, & consequenter alio artificio comperta erit quæsitæ potentia AE.

PROP. IV. PROB. II.

Dato mobili tribus, seu quocunque virtutibus affecto, inuenire directionem mobilis sic affecti, nec non potentiam motricem. *Fig. 6. Tab. 1.*

Ex tribus virtutibus AB, AC, AD sumptis duabus quibuscunque AB, AC, ex antecedenti reperiatur potentia ex ipsidem resultans AE. Iam mobile A est perinde ac si tantum duabus AE, AD virtutibus affectum esset; ideo fiat ex duabus AE, AD alia virtus AF, quæ resultabit ex tribus propositis AB, AC, AD; ideoque AF erit directio, & potentia quæsitæ; quod si plures extiterint eodem artificio utemur.

SCHOLIUM.

Hic licet considerare quomodo ex varia constructione reperiat idem punctum F; nam in hoc simplici casu possumus id præstare triplici constructione pro triplici combinatione duarum virtutum ex illis tribus ad libitum assumendarum; quod, si res ferret, possem geometricè ostendere, faciam tamen impofterum, vt veritates hæ mechanicæ in luce geometrica collocentur.

PROP. V. PROB. III.

Inuenire potentiam cum tali directione, quæ valeat sistere quoddam mobile affectum quocunque virtutibus. *Fig. 7. Tab. 1.*

Sit mobile A affectum virtutibus AG, AB, AC, AD, debemus reperire potentiam cum ea directione, quæ sistat mobile A.

Ex virtutibus AG, AB, AC, AD fiat ex antecedenti vnica AE, & productâ huiusmodi lineâ versus A, secetur AF æqualis ipsi AE;

Tractatus Geometricomechanicus. 5

AE; dico inuentam virtutem AF, resistere in illa positione virtutibus AB, AC, AD, AG, ita ut sistat mobile A; nam mobile A afficitur dictis virtutibus, perinde ac si afficeretur vnicâ AE, cui cum in eadem linea contranitur virtus AF æquali vi, necesse est, ut sequatur æquilibrium.

A X I O M A III.

Si fuerit mobile quibusdam libratum virtutibus, quolibet earum æquè reliquis obfistent.

PROP. VI. THEOR. III.

SIT libratum mobile A affectum virtutibus AB, AC, AD, ^{Fig. 8.} ductâ deinde vtrunque rectâ FAG per A transeunte, demittantur perpendiculares BF, CG, DE: dico AF, AE simul æquales esse rectæ AG ex altera parte: itemque duas perpendiculares BF, CG simul esse æquales constitutæ in alia parte perpendiculari DE. ^{Tab. 1.}

Quoniam mobile A ponitur libratum virtutibus AB, AC, AD, si vnaquæque ipsarum, nempe AD statuatur pro vna parte æquilibrij, reliquæ efficient alteram partem; sed virtutes ED, AE ^{ax. 3.} possunt ipsam AD, item FB, AF producant AB, & demum GC, ^{pr. 2.} AG tantundem pollent, ac ipsa AC; ergo virtutes simul ED, AE æquè obfistent virtutibus simul FB, AF, GC, AG. Quia verò virtutes AE, AF, AG operantur in eadem linea FG, nec mobile secundum hanc mouetur, erunt virtutes AF, AE æquales virtuti AG, & lineæ pariter lineis. Deinde cum prædictum mobile nequeat moueri, neque secundum perpendicularem ipsi FG; hinc fit, ut virtus ED sit æqualis duabus virtutibus FB, GC, quod &c.

Si verò plures extiterint virtutes, quibus mobile libratum maneat, eodem modo ostendemus propositum.

IDEM GEOMETRICE. PERICVLVM I.

HOC ut possimus geometricè ostendere, statuendum est si producat DA, fiat què AL æqualis AD; lineam CB, & productam AL mutuò bisariam secari in H; virtus enim AL fit ^{Pr. 3. 5.} ex duabus AC, AB. Agantur iam perpendiculares HMI, LK, ^{huius.} & BMN parallela GF; ostendendum est geometricè lineam ED,

ED, hoc est LK esse æqualem duabus CG, BF; item AE, AF, seu AK, AF esse æquales simul ipsi AG. Est enim CB ad BH, ut NB ad MH; sed CB est dupla ipsius BH, ergo etiam NB dupla erit ipsius MH; quare BF superat eodem excessu HI, quo IH ipsam GC (nam æquales sunt tres GC, IM, FN inter se): cum igitur sint arithmetice proportionales prædictæ lineæ, erit dupla mediæ HI, hoc est LK, nempe ED æqualis duabus simul extremis CG, BF. Similiter, quia IG est æqualis IF, erit IA semidifferentia duarum AG, AF; quare KA dupla ipsius AI erit differentia duarum AG, AF, & propterea AF vnâ cum differentia KA, seu AE erit æqualis ipsi AG, quod &c.

S C H O L I V M.

Vides quam bene respondeat mechanica hæc doctrina geometricis rationibus, cum ipsæ demonstrationes geometricæ accedant tanquam examina, ad id, quod mechanicè tradimus.

PROP. VII. PROB. IV.

Fig. 1.
Tab. 2. SIT mobile, aut graue A alligatum funiculis BA, DA, quorum beneficio pendeat ex libra recta BD, & ponamus EA esse directionem, seu perpendicularum eiusdem corporis A: quæritur iam, quæ proportio sit virium dictorum funiculorum, librâ prius quiescente suspensa ex E (quiescet enim cum libra sic onusta BDA vicem gerat funependuli EA in perpendicularo constituti) Agantur à puncto E perpendiculares EF, EG in funiculos AD, AB, & imaginemur lineam GEF esse quandam inflexam libram, ex qua pendeat mobile in eodem, quo erat statu; certum est hanc quoque inflexam libram GEF suspensam ex E vnâ cum graui sic alligato fungi munere funependuli EA, ideoque suspensa omnia prorsus immota manere; ex quo sequitur id, quod inferius fiet notum, videlicet virtutem trahentem extremum F ad virtutem trahentem extremum G esse in eadem ratione, in qua reciprocè est radius EG ad radium EF; verùm sublatâ librâ GEF, & substitutâ BED, virtus, quæ erat in F succedit in D; itemque illa, quæ in G transit in B (nam funiculi sunt iidem, eodemque modo sustinentes mobile A) ergo ut EG ad EF, ita virtus in D ad ipsam in B; hoc est, ita vis ad vim funiculorum.

LEM.

Tractatus Geometricomechanicus. 7

LEMM A.

Quod verò assumpsimus, nimirum esse GE ad EF , ut vis in F ad vim in G hoc modo probatur.

Sit circa centrum E volubilis trochlea HG , cuius radius sit equalis EG , brachio videlicet libræ GEF , & ponamus ipsum brachium coherens eidem trochleæ, ita ut vnâ moueantur quoties fieri potest circa punctum E fixum. Protrahamus modò FE vsque ad circumferentiam trochleæ, ita ut FEH libram referat, & HI , GK funiculos, qui cum tangant circuli peripheriam, erunt perpendiculares ipsis HE , GE . Libra GEF supponitur in æquilibrio viribus existentibus perpendicularibus in F , & G ; sed si eadem virtute, qua trahimus funiculum GK trahamus ipsum HI , non idcirco mouebitur punctum F (nam eadem vi resistimus potentie in F , siue attrahamus funiculum GK , siue ipsum HI) ergo cum eadem vi adhibita in H , quæ in G reddatur immobilis libram HEF circa centrum E , liquet esse HE ad EF , ut vis in F ad vim in H ; est autem HE æqualis EG , & vis in H æqualis illi in G , nec non ambæ perpendiculares ad radios; ergo ut GE ad EF , ita vis in F ad vim in G , quod &c.

SCHOLIUM.

Hinc liquet quomodo se habeat malleus extrahens clauos. Fit namque inflexa quædam libra, seu vectis, in quo resistentia clauis, & adhibita potentia in extremo manubrij sunt virtutes hinc inde in extremitatibus libræ, centrum verò, seu hypomoclion, vbi nititur malleus.

GEOMETRICE PERICVLVM II.

Idem manentibus, quæ in fig. 1. Tab. 2., secetur vterius BD bifariam in L , & demittatur parallela ipsi EA occurrens BA in H , producta si opus est. Dico BH ad DI esse ut EF ad EG , & insuper LI ad LH , ut BE ad ED .

Componitur EF ad EG ex rationibus EF ad EA , & EA ad EG ; verum, ut EF ad EA , ita DN ad DI , & EA ad EG est ut BH ad BM , vel ad æqualem DN ; ergo ex perturbata, erit ut EF ad EG , ita BH ad DI , quod erat primum.

Deinde BE ad ED fit ex rationibus BE ad EA ad ED ; sed BE ad EA est ut BL ad LH ; & EA ad ED , ut LI ad LD , seu ad æqualem BL ; ergo rursus ex perturbata, erit BE ad ED ut IL ad LH , quod &c.

PROP.

PROP. VIII. THEOR. IV.

Fig. 4.
Tab. 2. ¶ Idem manentibus ostendemus mechanicè secundam partem prædicti lemmatis, videlicet esse BE ad ED, vt reciprocè LI ad LH.

Intelligamus in E clauum circa quem conuertibilis sit libra BD; liquet ex sæpè dictis, hanc vnà cum graui A suspenso nullo modo moueri; nam omnia sic suspensa sunt loco penduli EA in perpendiculari quiescentis, quo posito, quia in prima parte præcedentis lemmatis demonstrauius EF ad EG esse, vt BH ad DI, & in præcedenti septima propositione erat vis in B ad vim in D, vt EF ad EG, sequitur, vt vis in B ad vim in D sit vt BH ad DI; sunt autem BH, DI directiones virium funiculorum, ergo ductis perpendicularibus IK, HM ad libram BD, fient ex DI virtutes DK, DI, & ex BH duæ BM, MH; verùm perpendicularis vis KI est illa quæ operatur in D, & perpendicularis MH illa quæ agit in B; ergo, cum reliquæ duæ nitantur tantùm secundùm longitudinem libræ, quibus resistit clauus in E, erit ob æquilibrium virtus KI ad virtutem MH, vt BE ad ED, quod &c.

PROP. IX. THEOR. V.

Fig. 4. 5.
Tab. 2. ¶ Idem positis fiat EO æqualis differentiæ duarum BM, KD (modo AE non sit perpendicularis ipsi BD; nam cum in illo casu nulla prorsus sit differentia, hæc propositio locum non haberet) dico lineam ON perpendicularem, videlicet inter O, & productam lineam AEN esse æqualem duabus simul perpendicularibus HM, IK.

Nam virtus, quæ in directione perpendiculari EA sistit libram sublato clauo ex E puncto debet producere talem horizontalem virtutem EO, vt vnà cum BM æquè pugnet cum contraposta DK, alioquin libra BD, quæ in æquilibrio supponitur, in alteram partem moueretur, quod est absurdum. Liquet ergo hanc horizontalem virtutem fore æqualem EO, & quia anguli NEO, NOE sunt simul minores duobus rectis (ponitur enim NED acutus) conuenient propterea duæ EN, ON: coeant in N. Quoniam igitur in directione AEN est virtus totalis, seu librans mobile A; hæc

Tractatus Geometricomechanicus. 9.

hæc autem virtus, quæcunque sit, fit ex duabus, nempe ex data horizontali EO, & alterâ perpendiculari virtute erigenda ex O operante tamen in E; tres autem hæ lineæ debent componere triangulum rectangulum, nempe ENO; idcirco virtus totalis librans erit EN, & virtus illa perpendicularis ON, quippe pugnans ex æquo cum duabus contraposis virtutibus KI, MH, erit æqualis duabus KI, MH; hoc est linea ON æquabitur ipsis IK, MH, quod &c.

GEOMETRICE PERICVLVM III.

Libet modo eandem veritatem geometricè ostendere, videlicet ON esse æqualem duabus simul KI, MH.

Quoniam est analytico more $HM + KI = ON$; erit etiam $ML + KL = EO$, & facta anthitesi cum $+BM$, erit $BL + KL = EO + BM$, sed ex constructione præcedentis est $EO + BM = KD$; ergo $BL + KL = KD$, & rursus facta anthitesi cum $-KL$, relinquitur $BL = LD$. Fig. 4. 5.
Tab. 2.

Itaque componatur sic; quoniam BL est æqualis ipsi LD ex constructione, si additur communiter KL, erit BL plus KL æqualis KD; sed KD est æqualis duabus simul EO, MB; ergo BL cum KL erit æqualis ipsi EO cum BM, & dempta communi BM, erit ML cum KL æqualis EO; sed eadem est ratio duarum ML, KL simul ad EO (ob triangulorum similitudinem KIL, LMH, NEO) quæ duarum simul HM, KI ad ON, ergo sicuti prima, & secunda sunt inter se æquales, ita tertia, & quarta nempe HM cum KI æqualis erit ON, quod &c.

COROLLARIVM I.

Hinc repertis duabus virtutibus BH, DI inuenitur totalis virtus, quæ librat mobile, ostendimus enim fuisse EN.

COROLLARIVM II.

Similiter constat, quæ sint virtutes perpendiculares prementes in B, & D, fuerunt videlicet KI in D, & MH in B.

COROLLARIVM III.

Item quæ virtutes transuersales in iisdem punctis B, & D; namque in B fuit BM, in D verò DK.

COROLLARIVM IV.

Cum verò puncta EL incidunt in idem punctum, constat, vt

B

vi-

videre est in quinta figura, vires funiculorum perpendiculares æquales esse.

PROP. X. THEOR. VI.

Fig. 6.
Tab. 2.

SIT rursus mobile A pendens ex libra D B vi funiculorum D A, B A; hæc libra si suspendatur ex E (quoniam E A perpendiculum ponitur) erit in æquilibrio. Producantur lineæ D A, B A ad partes A, fiatq; A Q æqualis virtuti D I, & B H virtus æqualis A P, iunctâ verò Q P, producatu etiam N E A, ut occurrat iunctæ Q P in R. Ostendo iam totalem virtutem E N æqualem esse duplo virtutis A R; & præterea Q R æqualem esse R P.

Quoniam mobile A habet in directione D A Q virtutem D I, seu A Q; simulque in directione B A P virtutem B H, seu A P, erit idem mobile affectum duabus virtutibus A Q, A P, est autem (ut ostendimus supra) E N virtus librans; ergo in ipsius directione N E A R erit virtus, quæ fit ex duabus A Q, A P; quæ cum bifariam debeat diuidere lineam Q P, constat primum Q R æqualem esse R P; deinde cum dupla A R sit virtus, quæ fit ex duabus A Q, A P; quæ verò fit ex his virtutibus, fit illa quæ producitur ex virtutibus D I, B H, quæ sunt æquales prioribus; erit ergo E N ex his proueniens dupla A R, quod &c.

GEOMETRICE PERICVLVM IV.

Fig. 6.
Tab. 2.

PRotrahatur E R, & ex punctis Q, P agantur P S, Q T parallele B D, secantes E R productam in S, T; inde analyticè; quoniam Q R = R P; estq; Q R : R P :: Q T : S P, erit etiam Q T = S P; verùm in triangulis similibus B H L, P A S, latus P A = H B; ergo erit S P = B L; item in duobus triangulis similibus Q A T, I L D, est Q A = I D; ergo etiam Q T = L D, quare B L = L D.

Iam sic componitur. Quoniam recta B L est æqualis ipsi L D; erit etiam Q T æqualis S P; nam triangulum A P S est æquale, & simile triangulo B L H; itemque A Q T similiter æquale triangulo L D I; est autem vt Q T ad S P, ita Q R ad R P ob parallelas Q T, S P; ergo Q R est æqualis R P, quod &c.

Secundo. Cum triangulum A Q T sit similiter æquale triangulo L I D; pariterque ipsum A S P ipsi B H L; erit A T = L I, & A S

Tractatus Geometricomechanicus. II

$AS = LH$, est autem & $RS = RT$; ergo sunt arithmetice proportionales tres AT, AR, AS ; & propterea dupla AR ; hoc est ipsa NE , quæ est in questione erit æqualis duabus AT, AS , seu duabus LI, LH ; sed $LI + LH : EN :: LK + LM : OE$; ergo ut $IL + LH = EN$, ita $LK + LM = OE$; id quod in periculo tertio ostendimus.

Compositio. Cum $LM + LK$ sit æqualis ipsi OE ; erit etiam $HL + IL$ æqualis EN ; sed ob similitudinem triangulorum, & æqualitatem, LID, AQT, BHL, SAP , est LI æqualis AT , & AS æqualis LH ; ergo duæ simul AT, AS erunt æquales duabus simul IL, LH , hoc est ipsi EN , sunt autem AT, AR, AS arithmetice proportionales, cum excessus TR, RS sint æquales; ergo dupla AR erit æqualis AT, AS simul, hoc est EN , quod &c.

S C H O L I U M.

Ex ijs quæ hactenus ostendimus agnoscere licet vitium communis stateræ; nam virtutes pendantium ponderum, quæ debent respondere ex aduerso longitudinibus stateræ, necesse est eidem stateræ insistant perpendiculariter; quod fieri non potest, cum tendant ad centrum Mundi.

PROP. XI. PROB. V.

Pendeat mobile A ex libra qualibet curua $BE D$ interpositis funiculis BA, DA ; & EA sit directio virtutis librantis, hoc est sit perpendicularum; oportet iam inuenire funiculorum vires, & deinde vni totalem librantem. Fig. 7.
Tab. 2.

Ducatur BD , quam secemus bifariam in G , à quo puncto ducatur $G I K$ æquidistans perpendiculari EFA secans funiculos in I , & K ; dico virtutem funiculi DA esse DK , & illam funiculi BA esse BI ; nam si putemus lineam BD esse quandam libram rectam suspensam ex F ; in hoc statu quiescet, & erunt virtutes funiculorum (ex prop. 7.) ipsæ BI, DK : ablata vero librâ BD , & substituta curuâ $BE D$, perseverant in funiculis eadem vires; ergo primum constat vires funiculorum DA, AB esse DK, BI ; Deinde si concipiamus mobile A affectum virtutibus DK, BI , & ex his producaturs vnica virtus EL , hæc erit virtus sustinens se solâ mobile A , quod &c.

B 2

PROP.

PROP. XII. THEOR. VII.

Fig. 1.
Tab. 3. **S**IT rursus mobile A pendens ex libra BFD suspensâ, ac librata ex E; virtutes funiculorum sint DK, BI; & cum mobile sit affectum duabus virtutibus DK, BI, inueniamus EM virtutem librantem, quæ nempe cader in perpendicularum EA; tum ductis perpendicularibus KG ipsi ED, & IF ipsi BF, liquet virtutes funiculorum DK, BI, hoc est virtutem FM fieri ex quatuor virtutibus GK, DG, BF, FI; dico virtutem GK ad virtutem FI esse vt est EB recta linea ad rectam ED; hoc est mechanicè esse rectam GK ad FI, vt BE ad ED.

Librentur duæ virtutes BF, DG virtute EN, quod vt præstamus debemus intelligere in E affectionem duarum virtutum DG, BE; librentur subinde duæ virtutes EN, FM virtute FL; cum ergo tres virtutes FL, EN, FM libratae inter se sint, constat duas EN, FL æquè reniti ipsi EM; hoc est omnibus GK, DG, BF, FI; Virtus verò EN est illa, quæ librat virtutes BF, DG; ergo reliqua FL erit ea, quæ librat reliquas duas virtutes GK, FI perpendiculariter operantes in punctis D, B. Eritque sic libra BED, cum ipsis virtutibus GK, FI, librata virtute FL; itaque, vt euenit in ponderibus, erit GK ad FI, vt reciprocè BE ad DE, quod &c.

IDEM GEOMETRICE PERIC. V.

Fig. 2.
Tab. 3. **R**ursus analyticè $HM:IK::BE:ED$; ergo $HM \times ED = IK \times BE$; & sumptis medietatibus, erit triangulum BEI æquale triangulo EHD; facta modo anthitesi cum + triangulo HIA, quod est æquale triangulo EHI (sunt enim intra easdem parallelas, ac in eadem basi constituta) erit triangulum BEI + IAH = quadrilatero EIHD, & rursus facta anthitesi cum - triangulo IAH, erit quadrilaterum EIAD = triangulo BEI. Nunc si auferamus triangulum EIA ex quadrilatero EIAD, substituaturque ipsum ALE = EIA (vt pote inter easdem parallelas, & in eadem basi constituta), erit triangulum EDA + ELA = EBI triangulo; Sunt autem prædicta triangula simul EDA + ELA ad EBI vt summa illorum altitudinum, ad altitudinem huius; in qua ratione est recta DL ad LB; ergo $BL = LD$, id quod nempe construximus.

Si

Tractatus Geometricomechanicus. 13

Si igitur fiat compositio patebit propositum, quod &c.

COROLLARIUM.

Constat artificium inueniendi virtutem librantiem duas virtutes GK, FI, vidimus enim esse EL.

PROP. XIII. THEOR. VIII.

SIT rursus inflexa libra BED, & à punctis D, B excitentur perpendiculares infra ipsam BED, quæ coeant in N; Secetur deinde ON æqualis MH, & PN ipsi KI; tum iuncta PO, itemque NE; dico mechanicè hanc secare PO bifariam in Q. Fig. 3.
Tab. 3.

Quoniam virtus librans virtutes MH, KI, transit per E, similiter quæ librat duas virtutes ON, PN prouenit ab N; virtutes verò MH, KI sunt censendæ perpendiculariter eductæ à punctis D, B, ex quibus veniunt ipsæ virtutes ON, PN æquales, & similiter directæ duabus prædictis MH, KI, erit virtus, quæ fit ex duabus ON, PN, eadem ac illa, quæ prouenit ex duabus MH, KI; itaque hæc transibit per E, & N, eritque in directione EN; sed virtus, quæ fit ex duabus ON, PN diuidit PO in partes æquales; ergo hoc idem præstabit linea ipsa NE, quod &c.

GEOMETRICE PERIC. VI.

MAnente eadem figura, ducantur præterea ad eandem EN perpendiculares OS, PR. Fig. 3.
Tab. 3.

Analyticè. Quoniam $PQ = QO$, erit quoque $PR = OS$; verum NO ad NP componitur ex rationibus NO ad OS, & RP, seu OS ad PN; estq; NO ad OS, vt EN ad ED, & vt RP ad PN, ita BE ad EN; ergo ex perturbata erit vt NO ad PN; hoc est vt HM ad IK, ita EB ad ED; quod quidem vtroque genere, mechanicè, ac geometricè conclusimus.

Compositio. Quia ostendimus esse BE ad ED, vt HM ad IK, seu vt NO ad NP; & componitur NO ad NP ex tribus rationibus NO ad OS ad RP ad PN; ipsa verò EB ad ED, ex tribus EB ad EN ad EN ad ED; ablatis hinc inde similibus rationibus, nempe NO ad OS, & RP ad PN ex proportionem NO ad PN; atque ex altera proportionem EB ad ED demptis EB ad NE, & NE ad ED; restat proportio OS ad RP similis proportioni NE ad

14 De Potentijs Obliquis

ad NE; æqualitatis nempe, quare OS æqualis erit RP; & ob æquidistantes OS, RP; OQ erit æqualis PQ, quod &c.

PROP. XIV. THEOR. IX.

Fig. 4.
Tab. 3.

SIT quadrilaterum ACLF, cuius diameter AL secetur bifariam in K, tum iungatur FK, quæ producta occurrat lateri AC in M. Iam acceptâ MG duplâ ipsius KF demittatur perpendicularis GB in AC, & FI in AL; Dico esse GB ad FI, vt reciprocè AL ad AM.

Concipiamus AL quandam rectam libram, ex qua pendeat mobile F interpositis funiculis AF, LF; sitque MKF perpendicularum; ex quo sequitur ipsam libram suspensam ex K, quiescere debere in eodem statu, & cum AK sit æqualis KL; constat satis ex dictis virtutes funiculorum commensurari longitudinibus ipsorum; hoc est virtutem funiculi LF esse rectam LF, & virtutem alterius funiculi esse longitudinem AF; Mobile igitur F, est affectum virtutibus LF, AF; & quia GM dupla est ipsius FK diuidentis bifariam rectam AL; erit eadem GM virtus librans mobile secundum directionem, seu perpendicularum MF; itaque si intelligamus MAL libram quandam inflexam, & suspendamus illam ex M virtute GM; hæc sanè virtus sistet dictam libram (nam mobile ita suspensum, vt sæpe diximus, perinde est, ac si foret pendulum MF) quare in dicta libra operantur tres virtutes, GM rapiens sursum extremum M radij MA; LF trahens deorsum extremum L alterius radij AL; & tandem AF sistens libram MAL ex centro A. His positis virtus LF producit ex duabus virtutibus LI, IF; & virtus GM fit ex duabus BM, GB; quare virtus AF librat quatuor virtutes IF, GB, LI, BM; Ex duabus LI, BM, quarum affectio est in A, fiat virtus easdem librans AD; & conceptâ in E affectione duarum virtutum AD, FA; has item libremus, virtutem nempe AE; cum ergo tres virtutes AD, AE, FA in æquilibrio ponantur; patet duas quaslibet virtutes AD, AE æquè pugnare cum reliqua FA; & ideo AD, AE neglectis alijs, vicem gerere ipsius AF; Hinc fit vt duæ virtutes AD, AE sistant libram inflexam operantibus etiam virtutibus IF; LI in L, & BM, GB in M; sed ex his quatuor, duæ LI, BM, librantur virtute AD; ergo reliqua AE, æquè pugnabit cum duabus perpendicularibus virtutibus IF,

Tractatus Geometricomechanicus. 15

IF, GB; quare, ponderum more, erit AM ad AL, ut reciproce IF ad GB.

SCHOLIUM.

Idem ostendemus existente ex altera parte libra inflexa ALM, si primum iungamus ML; inde in hanc demittamus à puncto G perpendicularem: ostendemus inquam perpendicularem hinc ad FL, esse ut LA ad LM.

GEOMETRICE PERIC. VII.

Quoniam ponimus AM : AL :: IF : GB; erit AMXGB : ALXIF; & ipsorum dimidia, nempe triangulum GAM = ALF triangulo, & facta anthitesi cum — KAF triangulo, erit triangulum LKF = MAK + AFG triangulis; hoc est triangulum LKF = AKF triangulo; (nam KM + GF = KF) ergo est AK = KL.

Compositio, satis patet cōuertendo id quod analyticè diximus.

PROP. XV. PROB. VI.

Pendeat mobile L ex libra recta AB suspensum tribus funiculis Fig. 5.
Tab. 3. BL, DL, AL; & datis quibuscunque virtutibus, puta com-
mensuratis ab ipsis funiculorum longitudinibus oporteat inuenire ex quo puncto, qua virtute, & qua directione debeat suspendi profus immotum; ita ut datæ virtutes sint illæ funiculorum.

Quoniam mobile L ponitur esse affectum virtutibus BL, DL, AL; ex duabus AL, DL fiat GL (nempe diuisa bifariam AD in F, & assumptâ GL duplâ ipsius FL) iungatur inde GB, eâq; bifariam sectâ in H, sumatur CI dupla HL; His positis virtus CI librabit duas virtutes BL, GL; idest tres virtutes BL, DL, AL; idest mobile hisce virtutibus affectum; ex quo sequitur CI esse mensuram, & directionem virtutis mobile librantis; Si igitur ex C suspendatur libra recta AB ipsa virtute sic directâ CI, ea manebit immota; & præterea, id quod proposuimus facere, virtutes funiculorum erunt ipsæ longitudines.

COROLLARIUM I.

Sequitur. Si mobile L ponatur quoddam graue habere nos artificium iucundum, quo vestigemus inclinationem prædictæ libræ, quâ positâ in æquilibrio, exerceant funiculi BL, DL, AL quas-

quaslibet datas virtutes; nam datæ illæ virtutes funicularum libratae fuerunt virtute CI , cuius directio ICL si aptetur in perpendicularum Mundi, manebit quidem libra immota eo inclinationis angulo ICK , quem quærimus, cum perpendicularo ACL .

COROLLARIUM II.

Et si plures extiterint funiculi, quam tres, non ab simili modo præstabimus intentum.

PROP. XVI. THEOR. X.

Iisdem manentibus cadant in eandem libram perpendiculares LE, IK ; Dico ut BC ad CF , ita esse reciprocè duplam ipsius LE ad rectam LE ; & CK cum AE æqualem esse duabus CE, BE simul.

Quoniam CI fit ex duabus virtutibus CK, KI ; & AL ex duabus AE, EL ; deinde DL ex duabus DE, EL , demum BL ex duabus BE, EL ; Virtus verò CI ex æquo resistebat virtutibus BL, DL, AL ; sequitur, ut virtutes KI, CK sistant eandem libram contrarijs virtutibus BE, DE, AF vnà cum triplici EL ; cumq; ex istis omnibus, virtutes CK, AE, BE, DE nitantur secundum rectam AB , ut nec hinc, nec inde moueatur libra; sequitur, ut quæ restant virtutes inter se pugnent ex æquo, alioquin libra non quiesceret, quod est contra suppositum; cum igitur hoc ita sit, liquet primò virtutes simul CK, AE æquales esse duabus simul BE, DE ; & deinde KI esse æqualem triplici EL . Præterea cum per F transeat directio duarum virtutum AL, DL ; sequitur, ut F sit centrum virtutum censendarum in D, A perpendicularium, nempe EL in D , & eiusdem EL in A ; quare ponderum more, erit BC ad CF , ut duæ EL ad vnicam EL , hoc est ut 2 ad 1.

GEOMETRICE PERIC. VIII.

Rursus dico, esse etiam geometricè BC duplam CF , & KI triplam LE ; tandem duas CK, AE , simul fore æquales duabus simul DE, BE .

Primò quia ex statica nostra constructione, quam edidimus, est LGB C elementum primum, cuius centrum C ; pondera verò B, G, L ; erit ratio rectæ BC ad CF , hoc est ponderis F ad B composita

Tractatus Geometricomechanicus. 17

sita ex rationibus ponderum F ad G ad B , rectarum vi delictet GL ad LF , & BH ad HG ; estque BH æqualis HG ; ergo ut BC ad CF , ita LG ad LF , nempe ut 2 ad 1.

Secundò LF est æqualis FG ; item BH ipsi HG ; ergo linea FH quæ iungeretur esset parallela LB ; quare ut BC ad CF , ita LC ad CH ; fuit verò BC dupla ipsius CF ; ergo & LC ipsius CH ; & quia LC ad CI componitur ex rationibus rectarum CL ad LH ad CI ; estque CL ad LH , ut 2 ad 3; & LH ad CI , ut 1 ad 2, siue 3 ad 6; ergo ex æquali ut 2 ad 6, siue ut 1 ad 3, ita LC ad CI ; hoc est ita LE ad KI .

Tertiò analyticè, quia $KC + AE$, idest 3 $EC + AE$, idest $AC + 2 EC = BE + DE$; hoc est ipsi $BC + 2 CE + DC$; videlicet $2 CF + 2 CE + DC$; erit facta antithesi cum $- 2 CE$, $AC = 2 CF + CD$; & rursus facta anthitesi cum $- FC$, erit $AF = CF + CD$, idest FD .

Cumque compositio satis cuique pateat; erit geometricè KC cum AE æqualis BE vnà cum DE , quoderat &c.

PROP. XVII. PROB. VII.

SIT inflexa libra BDE , & ex ea pendeat mobile suspensum, Fig. 1.
funiculis BA , CA , EA ; quærimus eam libræ positionem, Tab. 4.
in qua librata, vires EA , CA , BA funiculorum sint datae.

Ex virtutibus BA , CA , EA , fiat vnica AFG ; iam constat GFA esse virtutem, ac directionem mobile librantem; & propterea suspensa libra ex C quiescet in eodem statu librata.

COROLLARIUM.

Hinc manifestum est, si mobile A fuerit graue aliquod, libram verò eò vsquè vertamus quoad linea GA incidat in perpendiculum vniuersi, habere nos artificium librandi eo pacto graue, ut funiculi, quibus suspenditur, patiantur datas vires.

PROP. XVIII. THEOR. XI.

Idem positis iungatur FE , & agantur perpendiculares AK ad Fig. 1.
 BF , & AI in FE . Dico ut duas simul AK ad vnica AI , ita Tab. 4.
esse EF ad FL .

Libremus virtutes EI , BK , CK virtute FM , & perinde ac si esset
C in

in F affectio tantum virtutum FM, GA has item libremus virtute FN; cum igitur duæ virtutes DN, DM librent virtutem GA productam ex virtutibus EI, IA, CK, KA, BK, KA; duæ virtutes FM, DN sistent libram, operantibus ex aduerso virtutibus EI, IA, CK, KA, BK, KA; verum virtus FM librat tres virtutes EI, CK, BK; Reliqua igitur DN pugnabit æquè cum reliquis perpendicularibus IA, KA, KA, operantibus deinceps in punctis E, C, B; at centrum duarum virtutum KA est in L (nam directio virtutis AH est perpendicularum ipsarum virtutum, & ideo L est centrum libræ BC scorsim conceptæ) ergo vt FL ad FE, ita IA ad duplicem KA.

GEOMETRICE PERICVLVM IX.

Q Vonia analyticè FL: FE:: AI: 2 AK; erit FL \times 2 AK = FE \times AI, & eorum diuidia videlicet triangulum AFH = AFE triangulo; est autem triangulum AHF ad ipsum AFE, vt eorum altitudines assumptâ AF vt basi communi; & vt istæ altitudines inter se, ita triangulum AHG ad triangulum GEA; ergo triangulum AHG = EGA triangulo, id quod manifestum est; etenim AHGE est parallelogrammum ex constructione. Compositio vniciq; liquet; ergo est FL ad FE vt AI ad 2 AK.

PROP. XIX. THEOR. XII.

Fig. 6. *Tab. 3.* SIT triangulum GEC, cuius centrum grauitatis A; ducanturque ab A ad angulos lineæ AE, AC, AG; dico, si in A statnatur mobile affectum virtutibus AE, AC, AG, earundem vi librari.

Producantur lineæ iunctæ, vt occurrant oppositis lateribus in punctis D, B, F; patet, ob centrum grauitatis, esse GA duplam ipsius AD, & ED æqualem ipsi DC; quare virtus AG librabat duas virtutes AE, AC; hoc est sistet ipsum mobile.

COROLLARIUM.

Illud quoque deducitur esse GB æqualem BC; & EA duplam AB; nam AE librat duas virtutes AG, AC, & propterea sequitur, vt GB sit æqualis BC, & EA duplam ipsius AB; item GE sit æqualis FE, & CA dupla AF, quod &c.

Idem geometricè facillè demonstrabis.

PROP.

PROP. XX. PROB. VIII.

Sint tres pali vicissim coherentes in B, ut punctum B emineat supra solum, in quo puncta A, D, C: pendeat verò à vertice B graue alligatum funiculo BE, & pondus ipsius intelligatur recta BI; insuper vis resistentiæ pali BC, dum premitur à graui IE vnà cum alijs palis in concursu B, sit recta CB. Fig. 1.
Tab. 4.

His datis volumus vestigare similes reliquorum palorum resistentias. Iam liquet virtutes resistentiarum palorum CB, DB, AB aduersus graue E, æquilibrari vnica virtuti BI; (nam omnia seruiantur prorsus immota) ideoque duæ quæque CB, BI æquè pugnant cum reliquis virtutibus palorum AB, DB. Si igitur ex duabus CB, seu æquali BL, & BI fiat vnica BF, hæc opponetur ex æquo duabus palorum AB, DB resistentijs. Itaque cum datum sit punctum F; itemque positiones duarum virtutum palorum AB, DB; compleri poterit parallelogrammum BGFH; & consequenter BH erit virtus resistentiæ pali DB; & GB illa reliqui pali aduersus graue, quod &c.

SCHOLIUM.

Cum dixi resistentias palorum, intellexi tantum illas virtutes, quibus ipsi pali verè vtuntur aduersus graue; quamquam nouerim, si consideretur etiam soli firmitas, à duabus tunc virtutibus agi, nempe à pondere premente, & solo resistente.

PROP. XXI. THEOR. XIII.

Coeant simul in B duæ lineæ AB, DB, & DF perpendicularis sit ipsi AB; item AC ipsi BD: dico esse mechanicè AB ad BD, vt AC ad FD. Fig. 4.
Tab. 3.

Concipiamus ABD libram inflexam, quam secundum directionem AD immotam duabus oppositis potentijs reddamus; iam liquet duas illas potentias inter se fore æquales, quia perinde est, ac si illæ libram rectam DA impellerent secundum eius longitudinem; quapropter posita virtute in D ipsa DA, erit virtus in A ipsa AD; cumque ex virtute DA resultent idem ac illa operantes virtutes DC, CA; & ex virtute AD, virtutes idem ac illa præstantes FD, AF; nihilominus inflexa libra operantibus hisce quatuor virtuti-

C 2

bus

bus librata sistetur; quare si ex duabus virtutibus AF, DC vnica gignatur BE ; rursus inflexa libra erit immota operantibus virtutibus FD, CA, BE ; itaque erit vt virtus FD ad ipsam CA , ita reciproce longitudo BD ad longitudinem BA , quod ostendisse oportuerat.

GEOMETRICE PERICVLVM X.

Quoniam ad F, C sunt anguli recti transibit circuli circumferentia per puncta A, F, C, D ; & idcirco angulus FDC æqualis erit angulo BAC ; cumque in duobus triangulis ABC, FBC angulus ad B communis sit; erunt duo triangula ABC, FBD similia, quare vt est BD ad AB , ita FD ad AC , quod &c.

PROP. XXII. PROB. IX.

Fig. 2.
Tab. 8.

SIT graue C pendens ex H , quod fulciatur ab inclinato palo FA in parietem BA solo BF perpendiculari. Querimus virtutes, earumque directiones, quibus extremitates $A, & F$ nituntur aduersus parietem, & contra solum.

Ponamus virtutem totalem grauis C prementis, esse rectam CH , quæ quidem in perpendiculari sit; & à puncto C ducatur perpendicularis CE ad longitudinem pali AEF . Liqueat primò virtutem HC fieri ex duabus virtutibus HE, EC ; itaque mobile librabitur virtutibus HC, CE, EH , tanquam in H esset affectu predictis virtutibus. Fiat modo, vt FA ad AH , ita CE ad ED ; eritque diuidendo, vt FH ad HA , ita CD ad DE ; positisque CD in A , & DE in F perpendiculariter in longitudine pali operantibus; Rursus virtus CH librabitur ab oppositis virtutibus ex $A, & F$ perpendiculariter vnà cum EH . Iam si ex virtutibus EH, DE , quibus affectio est in F producatur virtus GF ; erit hæc virtus sic directæ ea qua palus sustentatur à solo in F , & CD virtus ita directæ, qua palus à pariete in A librat.

PROP. XXIII. PROB. X.

Fig. 8.
Tab. 2.

SIT supra horizontem pyramis inuersa $BHGF$, cuius centrum grauitatis A ; & cum ponatur inclinata ad eundem horizontem:

Tractatus Geometricomechanicus. 21

tem : oporteat secundum datam directionem DF inuenire potentiam in illo statu pyramidem sistentem, & simul vim operantem in B aduersus eandem pyramidem, positâ virtute CA totali, ac perpendicularo virtutum : necesse tamen est lineam directionis DF vnâ cum duabus AB, AC in eodem reperiri plano.

A puncto B agatur perpendicularis rectæ AB, quæ conueniat cum AC, putâ in C, & vt FB ad BA, ita fiat BC ad FE perpendicularem ipsi FB; tum à puncto E deducatur perpendicularis eidem FE occurrens directionis lineæ datæ in D; protractâ demum FB, & assumptâ BK æquali DE, fiat modo (perinde ac si esset in B affectio duarum virtutum BA, BK,) vnica ex illis BI: Dico DF virtutem applicatam in F secundum directionem DF, & BI virtutem oppositam in B, esse quæsitâs potentias.

Quoniam AC ponitur virtus totalis pyramidis; sitque hæc ex duabus virtutibus AB, BC, librabitur AC duabus virtutibus contrariè nitentibus BA, CB, positâ videlicet affectione in puncto A. Itemque idem graue librabitur iisdem virtutibus, quamquam BA operetur in B, seruâtâ tamen eadem directione. Est verò CB ad EF, vt BF ad BA; si ergo loco virtutis CB operantis perpendiculariter in A, substituatur virtus EF nitens perpendiculariter in F; nihilominus graue sistetur virtutibus BA, EF; sed virtus DF producit duas virtutes EF, DE; quarum DE renititur ex æquo virtuti BK; cum æquales illæ sint inter se, & in eadem recta linea operantes; igitur pyramis sistetur virtutibus EF, DE affectione in F, vnâ cum virtutibus BK, BA affectione in B; hoc est pyramis BHGF librabitur duabus virtutibus DF, BI, quod &c.

PROP. XXIV. PROB. XI.

Graue ABD pendeat immotum ex duobus funiculis, nempe ex GX, cui alligata est trochlea XH conuertibilis circa centrum suum X, & ex funiculo EQTSIHKL inflexo primum circa trochleam ZT parieti affixam, vel suspensam ex R conuertibiliter circa centrum Z; inde circa alteram trochleam AX continuato, & firmato sursum in L. Data verò MV grauitate totali corporis suspensi, & MC perpendicularo per centrum grauitatis C transeunte, volumus inuestigare virtutem in E trahentis funiculi EQ, similiterque funiculi GX. Intelligantur producti funiculi LK, Fig. 6.
Tab. 8.

LK, EQ, IS, ita ut sibi mutuò occurrant in punctis F, R. Cadet punctum F in funiculum XH productum, nam cum directiones virium funiculorum KL, IS sint LKF, SIF concurrentes in F, necesse est ut per eundem concursum F, transeat directio XG virtutis librantis illas vires; idem dic de tribus lineis ISR, EQR, ZTR; nempe R fore illarum communem concursum. Nunc quia virtutes funiculorum EQ, IS, KL librant virtutem MV totalem corporis; virtus quæ fit ex duobus funiculorum KL, IS, unâ cum virtute funiculi EQ sistent idem graue ABD, hoc est librabunt virtutem MV; quare tres directiones GFX, CVM, EQ si producantur coibunt in eodem puncto, puta M; deinde si à puncto V educatur VR parallela GM, & VO parallela EM; erunt virtutes OM, FM, MV inter se libratæ (nam virtus MV fit ex duobus MO, MF) cumque virtus FM illa sit, quam exercet funiculus EQ in E, & OM illa, quam exercet funiculus GX in G, constat, quod facere proposuimus.

SCHOLIUM.

Plurima huiusmodi Theoremata adjici possent, sed omittimus, ne prolixitate eiusdem materie tedium afferamus. Verum ex dictis hactenus puto peritis mechanicorum facilem futuram cuiuscumque sermè problematis mechanici solutionem.



DE

DE PENDVLIS

TRACTATVS SECVNDVS.

DEFINITIO.



LLA vis, quam habet pendulum extra perpendiculum positum, vt inde instituat vibrationem suam liberum ab omni obiecc, dicatur naturalis penduli virtus in eo statu manentis.

AXIOMA.

Si pendulum extra perpendiculum ponatur; ibique detineatur ab aliqua potentia perpendiculariter applicata longitudini eiusdem penduli, quæ centrum grauitatis suspensi corporis spectet: Huiusmodi potentia sic librans pendulum æquatur virtuti naturali eiusdem penduli.

Sit ex. gr. pendulum AC extra perpendiculum AB, potentia *Fig. 7. Tab. 4.* verò CD perpendicularis longitudini AC ducta ex centro corporis C libret idem pendulum AC; accipimus tanquā per se notum, esse CD mensuram virtutis naturalis, quam supra definiuimus.

PROP. I. THEOR. I.

SIT pendulum CD efficiens cum perpendiculo CE quemlibet *Fig. 3. Tab. 4.* acutum angulum DCE, ductā horizontali DE: dico vim funiculi CD in illo statu ad virtutem totalem grauis D; quam nempè liberum ab omni vinculo descenderet, esse vt perpendiculum CE ad longitudinem fili CD; vim verò naturalem penduli CD ad totalem dictam virtutem fore, vt est horizontalis linea ED ad prædictam longitudinem penduli.

Ducatur CB perpendicularis rectæ DC, occurrens DB parallelæ ipsi CE in B, & compleatur rectangulum BADC; iam si iungatur DB, hæc erit virtus librans mobile D affectum duabus virtutibus CD, DA; quare posita DB, vt virtute totali grauis D, constat esse CD virtutem naturalem penduli CD in illo statu, & DA virtutem quæ librat potentiam naturalem penduli CD, ex quibus, & ob similitudinem triangulorum BCD, CED manifestum.

stum est virtutem funiculi CD ad virtutem totalem grauis D , nempe CD ad DB esse vt CE ad CD ; pariterque virtutem naturalem penduli CD ad virtutem totalem grauis, hoc est vt AD , siue BC ad DB , ita esse BE ad DC , quod &c.

SCHOLIUM.

Manifestum est posse considerari longitudines pendulorum etiam inflexibiles, nec propterea deficiens erit allata demonstratio.

DEFINITIO II.

Pendulum, cuius longitudo inflexibilis sit, si ita concipiatur, vt punctum circa quod conuertitur sit in aliquo subiecto plano, corpore in sublimi manente, inuersum dicetur.

AXIOMA II.

Itaque si fuerit pendulum inuersum, ac inclinatum ad horizontem, ibidemque à potentia perpendiculari, vt diximus, libretur; hæc potentia erit mensura virtutis naturalis eiusdem penduli sic inclinati.

PROP. II. THEOR. II.

*Fig. 4.
Tab. 4.* **S**IT pendulum inuersum, & inclinatum, cuius longitudo sit DE , & pondus, pyramis $ABCD$ habens centrum grauitatis in E , verticem verò nitentem supra horizontem FD in D , & ducatur perpendicularum EF : dico, vt in prioribus pendulis, virtutem quâ nititur longitudo ED in solum, ad virtutem totalem pyramidis, esse, vt perpendicularum EF ad longitudinem ED ; & virtutem naturalem eiusdem inuersi penduli esse ad virtutem totalem, hoc est ad grauitatem pyramidis, vt est horizontalis FD ad prædictam penduli longitudinem.

Demonstratio similis est illi, quam in pendulis primi generis attulimus.

COROLLARIUM.

Hinc deducitur qua arte possimus vestigare virtutem, qua corpus quodlibet super planum ad horizontem inclinatum rotationem suam institueret; item quâ virtute premeret idem planum. Nam possumus corpus illud imaginari pendulum quoddam, cuius longitudo sit linea cadens à centro grauitatis perpendiculariter super axem rotationis.

Verum quia sunt nonnulla corpora, quæ dum super plana inclinata descendunt, non rotantur, sed labuntur, videndum est, quare hoc, & quando accadat. Prop-

Propterea sit planum *AB* inclinatum ad horizontem *B*, & super ipsum planum corpus oblongum, ac iacens *DE C*; quod contin- Fig. 5.
gat planum secundum superficiem *DC*. Centrum grauitatis eius- Tab. 4.
dem corporis sit *E*, & ab eo ducatur perpendicularum *EG*, quæ linea
ponatur metiri virtutem totalem eiusdem corporis; descripto
itaque super eandem *EG* semicirculo *GFE*, ducatur *GF* parallela
longitudini plani *AB*, & iungatur *FE*, quæ cum sit perpendicularis
ipsi *GF*, erit quoque perpendicularis ad planum inclinatum *AB*.
His positis, virtus *GE* fit ex duabus *GF*, *FE*; quarum *GF* impellit
mobile secundum directionem parallelam *AB*; & *FE* agit mobile
perpendiculariter in planum *AB*. Itaque si superficies sese con-
tingentes leuissimæ supponantur, puto nullo pacto virtutem *FE*,
quamuis maximam, prohibituram, quin omnimodâ virtute *GF*
graue labatur; at contra si ipsæ superficies asperæ sint, poterit
graue retineri, licet virtus *GF* maxima sit, etenim operante virtute
FE, adeo insinuantur inuicem inæqualitates illæ, vt nisi abradan-
tur à vehementi nisu virtutis *GF* mobile nullo modo descendere
possit.

Sed redeamus ad institutum. Galilæi assumptum est, quod
tempora vibrationum pendulorum, quorum sunt longitudines
inæquales, sint in subduplicatâ ratione longitudinum. Nititur
autem experimento, quod ipsemet edidit, nempe vibrationes
eiusdem penduli, licet inæquales sint, eodem tempore absolui.
At ego assertionem illam falsam demonstro; ex quo sequitur ex-
perimentum quoque, cui nititur, esse fallax. Fateor tamen me
non sine quadam animi displicentia, viri clarissimi auctoritati, &
communiter receptæ opinioni, quo ad hoc, aduersari. Quamob-
rem gratias habeo si quis fallaciam aperuerit, cum nihil mihi,
& studioso cuiuslibet gratius esse debeat veritate. Ostendani igitur
tempora vibrationum similium duorum pendulorum esse inter
se vt eorum longitudines; minimè verò in subduplicata ratione
illarum.

PETITIO II.

Possenos assignare corpus quoddam, cuius grauitas specifica ad
illam alterius corporis se habeat, vt aliqua quantitas ad aliam.

SVP. II.

Ponimus vnumquodque mobile semel motum seruare semper
eundem velocitatis gradum, nullo adueniente impedimento;

D

Quod

Quod si rursus alio ad eandem partem impulsu pellatur affici, priori vigente, nouo velocitatis gradu; atque adeo duobus simul iam gradibus moueri; & quanquam ab aeris medio eneruetur, ac tandem extinguatur vis illa mobili impressa, tamen in hac re libet abstrahere ab hoc impedimento, quippe ad modicum temporis ita parum obest, vt perinde sit ac si in vacuo operaremur.

Hoc posito non fuit difficile nonnullis authoribus ostendere, cur graue in præceps demissum ad Mundi centrum properet, ita nec nobis arduum erit demonstrare, angulum incidentiæ æquari angulo reflexionis.

Fig. 6.
Tab. 4. Sit ex. gr. Pila A iacens in quodam plano horizontali, quæ incidens in punctum C parietis BE, directione AC, reflectatur per CD; dico angulum DCE æqualem esse angulo ACB. Non consideramus grauitatem corporis A (est enim iacens in plano horizontali) feretur igitur pila æquabili motu per lineam AC, & posita AC mensurâ virtutis, quâ tacitur pila; producet hanc ex duabus virtutibus, perpendiculari nempe AB, & horizontali BC; verum quia pila eodem perpendiculari impetu AB, quo petit parietem in C eodem reuertitur (etenim alterum saltem corpus percutiens, vel percussum non supponitur omnino durum, sed aliquantisper cedens, & in eundem se statum restituens post percussione) & similiter horizontalis virtus BC eadem viget etiam in reflexione; hinc fit vt eodem tempore, iisdemq; virtutibus, ac directionibus affecta, licet in contrariam partem feratur, describat ipsa pila lineam reflexionis æqualem lineæ incidentiæ, ac æquè inclinatum ad parietem, vt est illa incidentiæ.

Vides ergo hinc demonstratum, quod plures nequidquam hactenus tentauerunt, sed accedamus ad assumptum.

LEMMA I.

Fig. 8.
Tab. 4. Sit pendulum AG, cui sit appensum pondus G: dico eodem tempore eandem vibrationem peragi, ac si loco corporis G alligatum fuisset pondus B, minus quidem mole, sed specie priori æquale.

Si fieri potest maiori, vel minori tempore conficiatur vibratio penduli AG, quam ipsius AB; & primum minus exigat tempus, hoc est velocius feratur pendulum AG ob maiorem grauitatem ponderis G; si ergo ex velociore pendulo AG, & pendulo AB tardiori vnicum concipiatur AGB, hoc pendulum sic compositum segniori cursu vibrabitur, quam antea simplex, propter adnexam
moram

mōram penduli tardioris, ergo accessionē gravitatis, & ponderis fiet tardius, quod est contra hypothesim. Itaque admittatur alia positio; sitque ratione maioris ponderis segnior vibratio penduli A G, quam sit illa penduli A B; ergo pendulum ex duobus ponderibus G, B compositum velocius feretur propter adnexum stimulum ponderis B velocioris; & ita accessione ponderis fiet velocius. Quod similiter est contra hypothesim: pari igitur velocitate feruntur, quod &c.

LEMMA II.

Sint duo pendula B A, D C æquiangula cum perpendicularibus B F, D E; & corpus A ad corpus C sit specie, ut longitudo B A ad longitudinem D C: dico eodem tempore utranque semi vibrationem absolui. Fig. 1.
Tab. 5.

Secetur B D æqualis D C. Quia velocitas in A ad velocitatem in D, dum nempe pendulum incipit moveri, est ut A B ad B D; virtus etiam naturalis penduli in A ad virtutem naturalem in D (concepitur enim B D pendulum quoddam) erit ut A B ad B D, seu ad D C; est autem ut A B ad D C, ita gravitas specifica corporis A ad gravitatem specificam corporis C, hoc est, cum pendula sint æquiangula, ut virtus naturalis penduli B A ad virtutem naturalem penduli D C; ergo ut virtus naturalis penduli B A ad virtutem naturalem in D, ita virtus naturalis eiusdem penduli B A ad virtutem naturalem penduli D C, propterea virtutes naturales in D, & penduli D C erunt æquales, suntque anguli C D E, D B G, item longitudines D C, B D inter se æquales; ergo eodem tempore vibrabitur punctum C per arcum D G, ac pendulum D C per arcum æqualem C E, (nam sic pendula D C, B D patiuntur iisdem instantibus temporis similia decrementa, vel incrementa virtutum) at absolvitur semi vibratio A F eodem tempore, ac semi vibratio D G; ergo etiam eodem tempore pendulum B A vibrabitur per arcum A H, ac pendulum D C per arcum C E, quod &c.

LEMMA III.

Mobile I percurrat spatium I O virtute V tempore A B, inde transeat ab O in P virtute X, tempore B C, & à P in Q feratur virtute Z, tempore C D: pariterque mobile K percurrat spatium K L virtute R, tempore E F; deinde feratur per spatium L M virtute S, tempore F G, & demum ab M in N feratur virtute T, tempore G H; sintque præterea spatia I O, O P, P Q deinceps æqualia Fig. 1.
Tab. 5.

spatijs KL, LM, MN, & virtus V ad R sit vt X ad S, & Z ad T: dico tempus AD ad tempus EH esse reciproce vt est virtus R ad virtutem V.

Pr. 3.
de motu
aqu.
Gal.

Quia mobilia I, K percurrunt spatia æqualia IO, KL temporibus AB, EF, virtutibusque V, R; erit reciproce virtus V ad R, vt tempus EF ad tempus AB; similiter quia virtute X, tempore BC peragitur spatium OP æquale spatio KL, quod nempe curritur ab altero mobili virtute R, tempore EF; erit reciproce virtus X ad S, vt tempus FG ad BC; est autem X ad S, seu V ad R, vt tempus EF ad AB; ergo vt FG ad BC, ita EF ad AB, & componendo EG ad AC, vt EF ad AB. Tandem quia etiam virtus Z ad virtutem T, est reciproce vt tempus GH ad tempus CD; & est Z ad T vt V ad R, seu vt tempus EF ad tempus AB, videlicet vt EG ad AC; erit GH ad CD, vt EG ad AC; & componendo totum tempus EH ad totum tempus AD, erit vt tempus GH ad tempus CD; siue vt virtus Z ad T, hoc est vt V ad R, quod &c.

SCHOLIUM.

Hinc accipimus, si spatia KN, IQ inter se æqualia, concipiantur subdivisa in partes, singulas minores quolibet proposita magnitudine; ipsisque partibus respondeant totidem virtutes, ac tempora, quibus peraguntur à mobilibus dicta spatiola; accipimus inquam tempus EH ad AD esse reciproce, vt virtus V ad R.

LEMMA IV.

Fig. 3.
Tab. 5

Sint duo pendula GF, BE longitudine æqualia, & æquiangula cum perpendicularibus FH, ED; specie verò corpus G non sit æque graue ac corpus B: dico semivibrationis tempus penduli GF ad tempus semivibrationis penduli EB esse reciproce, vt est grauitas specifica vnius corporis ad specificam alterius.

Secetur bifariam arcus GH in I; & rursus bifariam arcus IH in L; & sic deinceps, quoad LH minor sit proposita quacunque magnitudine Q, & notentur in arcu GOILH reliquæ partes singulæ æquales parti LH; eadem etiam partes notentur in alio æquali arcu BNKMD; itaq, erunt BN, NK, KM, MD, non solum inter se æquales, sed etiam deinceps ipsis GO, OI, IL, LH, cumque virtus in B ad virtutem in G, seu primus gradus velocitatis in B ad primum gradum velocitatis in G, se habeat vt gradus in N (quicunque sit) ad gradum in O (nam cum arcus BN, GO sint æquales, erunt etiam in eadem inclinatione ipsa pendula perducta in N, & O);

O); verum vt virtus in B ad virtutem in G, ita grauitas specifica corporis B ad grauitatem specificam corporis G; ergo vt grauitas specifica corporis B ad grauitatem specificam corporis G, ita gradus velocitatis in N ad gradum velocitatis in O, seu virtus in N ad virtutem in O; simili ratione probaueris singulas virtutes in reliquis punctis K, M, D, &c. ad singulas virtutes in correspondentibus punctis I, L, H &c. esse, vt est eadem grauitas specifica corporis B ad grauitatem specificam corporis G; proptereaque esse inter se proportionales; suntque item spatia, quæ percurruntur ipsis virtutibus, arcus nempe BN, NK, KM, MD &c. æquales arcubus, siue spatijs GO, OL, IL, LH &c. ergo tempus semiuibrationis GH ad tempus semiuibrationis BD, erit vt grauitas specifica corporis B ad grauitatem specificam corporis G, quod &c.

Lem. 3.
cum suo
Scholio.

PROP. III. THEOR. III.

SI fuerint duo pendula æquè inclinata, & eorum corpora suspensa æquè grauias specie; tempora vibrationum erunt homologè, vt pendulorum longitudines.

Fig. 4.
Tab. 5.

Sint duo pendula AI maius, & BE minus; anguli verò CIA, DEB cum perpendicularis æquales: dico tempus vibrationis penduli IA ad tempus vibrationis penduli EB esse vt IA ad EB.

Intelligatur pendulum FG æquiangulum, & æquelongum, ac pendulum EB; præterea sit vt longitudo AI ad GF, ita grauitas specifica corporis A ad illam specificam corporis G.

Componitur tempus semiuibrationis penduli AI ad semiuibrationis tempus penduli BE, ex ratione temporis penduli IA, ad tempus penduli FG, & ex ratione temporis penduli FG ad rationem temporis penduli BE; est autem tempus penduli GF æquale tempori penduli AI; ergo tempus, quo absoluitur semiuibratio AI ad tempus, quo perficitur semiuibratio penduli BE est vt tempus GF ad tempus penduli BE; verum tempus penduli GF ad tempus penduli BE est reciprocè vt grauitas specifica corporis B, hoc est corporis A ad specificam grauitatem corporis G, nempe vt linea AI ad GF, seu BE; ergo semiuibrationes similes pendulorum IA, EB absoluntur temporibus homologè cum longitudinibus pendulorum proportionalibus; sed cum tempora reliquarum semiuibrationum sint in eadem ratione cum temporibus.

Lem. 1.

Lem. 4.

bus priorum semihvibrationum; patet & integras vibrationes esse in eadem ratione longitudinum pendulorum.

SCHOLIUM.

Non erit iniucundum scire cur vibrationes eiusdem penduli in ascensu nonnihil deficient, eoque defectu in singulis vibrationibus repetito paulatim minores, & minores fiant, donec languescant, atque ultimò evanescant. Mobile in suo descensu acquirit successivè gradus velocitatis diuersos respondentes virtutibus naturalibus, qui tamen non in eodem vigore perseverant, sed unusquisque decrescit singulis instantibus in eadem semper ratione defectuum. Ex quo fit ut pendulum minimè quiescat in suo perpendiculari, urgentibus videlicet gradibus in descensu acquisitis, diminutis quidem, ut diximus, sed nondum consumptis. Hinc reliquam semihvibrationem conficit, sed minorem, quia in ascensu virtutes naturales contrariæ potentiores sunt gradibus illis in descensu acquisitis, quippe imminutis. Cæterum si integri perseverarent, pugnarent ex æquo singuli cum virtutibus naturalibus contrarijs respondentibus, essetque non minor ascensus, quam descensus.



DE

31

DE AQUIS.
ET PRIMUM DE VASIS.

TRACTATUS TERTIVS.

DEFINITIONES.



Rima. Solidum illud quod fit ex cadente aqua, dum adhuc est in aere Cadentem voco.

Secunda. Si ipsam cadentem imaginemur resectam plano horizonti parallelo, eam sectionem, cadentis sectionem appellabimus.

Tertia. Illa verò cadentis portio inter initium cadentis, eiusque aliam sectionem, cadentis truncus dicetur.

PETITIONES.

Prima. Ut possimus in quolibet vase perforato servare aquam in quacumque altitudine, beneficio canalis influentis.

Secunda. Ut possimus cuiuscumque cadentis propositæ, quemvis truncum determinare.

Tertia. Posse assignari vas, cuius cauitas sit cuiuslibet cadentis trunco similis; & hoc ipsum vas posse conservari plenum aqua.

SUPPOSITIONES.

Prima. Amplitudo luminis, seu foraminis in base vasis, nolumus in præsens ut excedat magnitudinem cuiuscumque sectionis eiusdem vasis, eodem pacto ibi conceptæ ac in cadente.

Secunda. Duarum cadentium æquè ab earum initijs remotas sectiones, etiam æquè veloces supponimus.

Tertia. Velocitates duarum sectionum eiusdem cadentis sunt homologè in subduplicata ratione altitudinum à cadentis initio; sunt enim singulæ aquæ partes quemadmodum corpora liberè cadentia.

Quarta. Si in duobus vasis, aqua æqualem servet altitudinem erunt velocitates ex luminibus æquales.

Quinta. Iuxta petitionem tertiam suppono aerem instar vasis conformari, & ambire aquam per ipsum descendentem.

LEM.

Si in vase perforato aqua, beneficio influentis canalis, in eadem altitudine perseveret, quantum aquæ ingeritur, tantundem eodem tempore effluet.

Nam si plus aquæ immittitur, quam quæ eodem tempore ex vase defluit, progressu temporis vas redundabit; Si verò minus, deficiet. Vtrunque est contra hypothese[m], ergo &c.

LEMMA II.

Est vas AB; cadentis truncus EF eiusdem altitudinis; aqua quæ ab hac cadente effunditur, sic impleat vas illud, ut nec redundet, nec deficiat: dico magnitudinem, seu sectionem luminis B, æqualem, & æquè velocem esse, ac est sectio F trunci FE.

Fig. 6. Tab. 5. Pet. 3. Sup. 5. Lem. 1. Ax. 3. Castell. 17. Intelligatur vas CD, in quo aqua perseveret in eadem scilicet altitudine, ac vasis, & cadentis propositæ. Eius cavitatis sit prorsus similis, & æqualis trunco cadentis EF, eritq; sectio luminis D æqualis, & æquè velox sectioni F; quare eadem aquæ quantitas, quam egerit sectio D eodem tempore transmittetur à cadente EF. Quoniam verò cadens EF ipsa est, quæ suppeditat aquam vasi semper pleno AB; eadem propterea aquæ copia quæ eodem tempore spatio emittitur à cadente EF, defluet quoque ex luminis sectione B; hæc itaque sectio tantundem aquæ exhauriet, quantum eodem tempore sectio D, & cum æquè altum sit vas CD ac truncus cadentis EF, videlicet quam AB vas, erit velocitas sectionis B æqualis velocitati sectionis D, & ideo sectio quoque luminis B æqualis erit sectioni luminis D; at ostensum est eandem sectionem D æqualem esse magnitudine, ac velocitate sectioni F; ergo sectio luminis B æquè distans ab A, quam ab E sectio F, erit huic æqualis, tum magnitudine, cum velocitate, quod &c.

LEMMA III.

Fig. 1. Tab. 6. Sint duarum cadentium AC, ED sectiones C, D: dico velocitatem sectionis C ad illam sectionis D esse in subduplicata ratione altitudinis AC ad altitudinem ED.

Pet. 2. Sup. 2. Sup. 3. Abscindatur ex cadente AC truncus AB, cuius altitudo BA æqualis sit altitudini ED. Velocitas in C ad illam in B, seu in D est in subduplicata ratione altitudinum AC ad AB, hoc est ad DE, quod &c.

PROP.

PROP. I. THEOR. I.

SI fuerint duo vasa vnico lumine in basibus perforata, semperq; plena, erunt velocitates aquarum ex luminibus exeuntium in subduplicata ratione altitudinum vasorum.

Sint vasa AB, HI, quorum lumina B, I, cadens DE suppeditet *Fig. 2. Tab. 6.* aquam vasi AB, & cadens GF vasi HI, ita vt plena semper sint absque eo quod redundant: dico velocitatem fluentis aquæ ex B ad velocitatem ex I, fore in subduplicata ratione altitudinis vasis AB ad altitudinem vasis HI.

Secetur truncus ED æquè altus, ac vas AB. Item fiat truncus GF in eadem altitudine, in qua est alterum vas HI; erunt iam sectiones B, D æquales, & æquè veloces: eadem prorsus ratione æquales, & æquè veloces erunt sectiones I, F; est igitur velocitas per B ad velocitatem per D, vt illa per I ad illam per F, & permutando vt velocitas per B ad velocitatem per I, sic illa per D ad eam per F; sed velocitas per D ad illam per F, est in subduplicata *Per. 2. Lem. 2. Le m. 3.* ratione altitudinis ED ad GF, seu altitudinis vasis AB ad illam vasis HI; ergo in hac eadem ratione subduplicata erit velocitas per B ad velocitatem per I, quod &c.

SCHOLIUM.

Hanc propositionem arduam, & perutilem, cæteri vt principium supponunt, nos verò demonstrauimus.

Poterit fortasse quis dubitare, an aqua, quæ est in vase, vniuersa moueatur dum erumpit ex aliquo foramine; vel tantum cylindrus ille aqueus descendat qui foramini incumbit, quippe carens veluti basis fulcimento quo sustineatur. Quia verò in hac secunda sententia sunt auctores nonnulli Ballianus, P. de Chales &c. libuit hoc in loco paululum immorari. Experientiam afferam à me pluries diligentissimè repetitam. Cadum oblongum in basi perforatum, foramine stappa obstructo, aqua impleui. Superficiem eiusdem aquæ leuiter atramento infeci; permissoque exitu, optima in luce obseruavi, num post descensum cylindruli prædicti aqua nigresceret, quod necessarium erat in illa sententia. At nulla, ne leuis quidem macula, vnquam visa est, donec atramentum vnà cum libella descendens imas vasis partes obtinuit. Hinc censeo aquam illam prius erumpere quæ est in imo, & postremo illam

E

quæ

quæ est in summitate. Rei huius causam sic explico. Si vas plenum aqua, seu potius aqua contenta vase rueret suo pleno iure, omnes eiusdem aquæ partes æquè velociter, & suâ sponte tenderent ad Mundi centrum, nec villo modo partes subiectæ à superioribus premerentur, sed tantum leui contactu sibi cohærent. Contra dum eadem aqua immobiliter vas occupat, vnaquæque partium subiectarum premitur à superioribus desuper omnimodâ suâ gravitate insistentibus; quâ pressione dilataretur, atque explicaretur aqua, nisi à lateribus vasis coerceretur. Illud quoque manifestum puto, quod si eadem aqua nec penitus quiescat, nec liberè omnino deorsum feratur, pro ratione maioris, vel minoris motus debere etiam partes subiectas magis, vel minus premi ab incumbentibus. His positis, si concipiamus aquam ex aliquo quiescenti vase erumpere, foramine sub basi constituto, non est dubium quin primo instanti cylindrus aquæ foramini insistent nitatur descendere; itaque nihil, vel saltem minus virium habebit ut lateraliter nitatur, quam habeat contra eundem cylindrum circumiecta aqua, quippe quæ descensu prohibita, totum suum conatum lateraliter exercet. Verum quia leges æquilibrj non admittunt in fluido hanc momentorum inæqualitatem, ut vires proinde æquentur; necesse est, facto veluti quodam temperamento, vniuersam aquam simul descendere, eo momento quod habuisset ille cylindrus si liberè omnino ruisset.

PROP. II. THEOR. II.

*Fig. 3.
Tab. 6.* **S**IT vas ADMI plenum aqua vsque ad libellam ABCD; & peruium foramine KL; accepto modo hoc foramine ut basi, intelligatur cylindrus erectus KBC L; & detur qualibet sectio EFGH, horizonti æquidistans: dico esse idem momentum totius aquæ ADMI in descensu aperto foramine KL; ac illud solius aquæ BCLK si seorsim fluere ex aliquo canali BL.

*Pr. 29.
Borel.
de vi
percu-
ssionis.* Diximus sectionē BC suo momento rapere sectionem AD, quare virtus ipsius BC expanditur (ex Borellij doctrina de vi percussio- nis) per vniuersam sectionem AD; proptereaque erit reciproce velocitas ipsius BC ad velocitatem sectionis AD, ut sectio AD ad sectionem CB; sed in loco sectionum dictarum intelliguntur illæ partes aquæ, quæ ipsas sectiones occupant; ergo momentum

Tractatus Tertius.

35

mentum sectionis, seu aquæ AD momento sectionis, seu aquæ BC est æquale: idem dic de sectionibus EH, FG; & demum de omnibus componentibus vniuersam aquam vasis, & tubi BCLK; quare momentum omnium sectionum aquæ vasis æquale erit momento omnium sectionum aquæ tubi BL; hoc est momentum vniuersæ aquæ vasis, æquale momento aquæ cylindrici incumbētis foramini KL, si hæc tamen in tubulo seposito descenderet, quod &c.

Sed quia aliquis posset obijcere, non ritè applicari illam Borellij propositionem in præsentī materia, quippè quòd illic agatur de corporibus se inuicem percutientibus; hic verò de illis, quorum alterum rapit aliud; satisfaciendum est illi alia circa idem demonstratione; sed tamen sciendum est, attentis principiis eiusdem ingenij de vi percussionis, ad hunc quoque casum aptari posse illam veritatem. Manentibus iisdem, quia vasis semper plenis eadem quantitas aquæ funditur à vase ADMI aperto osculo KL, ac eodem tempore à tubo BCLK; eadem aqua quæ transit per sectionem FG transibit per sectionem EH: quare rursus vt velocitas per FG ad velocitatem per EH, ita reciprocè sectio EH ad sectionem FG, & propterea idem momentum vtriusque sectionis erit; sed cum idem dicatur de omnibus alijs possibilibus sectionibus; liquet, ob artificium indiuisibilium Cauallerij, esse momentum totius aquæ vasis, cui pateat osculum KL, æquale momento aquæ BCLK, si hæc flueret seorsim ex aliqua fistula eiusdem altitudinis, & amplitudinis cylindrici BCLK, quod &c.

PROP. III. THEOR. III.

Modo res postulat, vt ostendamus, quomodo, si fuerint duo Fig. 4.
Tab. 6. vasa communicantia diuersæ figuræ, ac amplitudinis; aqua in ipsis quiescat in eadem libella; & hoc faciendum est non vt constet id, quod omnibus obuium est trita experientia; sed vt educamus huius scientiæ principia, vel data firmemus.

Est vas BADC communicans cum ipso IHGK per vas DE FG; apertis luminibus DC, HG; ostendendum est quare aqua ad libellam ABIK perducta in vno vase, ad eandem pertingat in altero vase, atque ibi quiescat.

Ducantur à punctis D, C, H, G, perpendiculares ad libellam

E 2

AK,

AK, rectæ DL, CM, HN, GO, referantque rectangula DLMC, HNOG, cylindros basibus DC, HG insistentes. His constructis, si in prioribus vasis (nondum intellectis cylindris illis) conciperemus posse moveri aquam; eadem quantitas quæ exit per osculum DC, ingrederetur aliud vas per osculum HG eodem tempore; quare, iuxta doctrinam Castellij, esset reciprocè ut sectio HG ad ipsam DC, ita velocitas per DC ad velocitatem per HG; quare momentum aquæ sectionis DC æquale est momento sectionis HG; sed momentum aquæ vasis ABCD æquale est momento aquæ vasis cylindrici LDCM; item illud aquæ vasis IHGK est æquale momento aquæ vasis cylindrici NHGO; & ut momentum aquæ vasis LDCM, ad momentum aquæ vasis NHGO, ita momentum aquæ sectionis DC ad momentum aquæ sectionis HG, (nam in vnoquoque cylindro ipsæ sectiones sunt æquales) ergo momentum aquæ vasis ADCB momento aquæ vasis IHGK est æquale, & propterea veluti in trutina, pondera illa aquarum in illo statu permanebunt.

Vides ergo quomodo liceat argumentari in præsentī materia.

PROP. IV. THEOR. IV.

SED cum idem videamus contingere etiam si vasa sint ad horizontem inclinata; debemus modo ostendere, si fuerint duo vasa cylindrica alterum rectum, inclinatum aliud; sintque altitudines eorum ab horizonte æquales, eaq; vasa concipiantur inter se communicantia, ut diximus, & aqua repleta; momentum aquæ vnius esse æquale momento aquæ alterius vasis; quod cum præstiterimus, licebit præcedentem veritatem applicare quibuscunque generibus vasorum.

Fig. 5.
Tab. 6.

Sint ergo duo vasa cylindrica, rectum vnum ABCD, & alterum inclinatum KIHG; sintq; plena humore, & per vas DEFG, luminibus DC, KG communicantia; demonstrandum est momentum aquæ vasis ABCD esse æquale momento aquæ alterius vasis KIHG.

A punctis H, G deducantur perpendiculares ad KI productam ubi opus est; sintque HP, GL. Patet cylindricum IKGH fore æquale cylindrico MHGL; fiat GM æqualis ipsi GL, & erigantur à punctis G, M, perpendiculares GO, MN, itaut rectangulum

NMGO

NMGO referat cylindricum perpendicularem, cuius basis MG similis GL.

Momentum aquæ cylindrici pleni ABCD, ad illud cylindrici KIHG, componitur ex rationibus velocitatum aquarum per sectiones, dum istæ ponerentur in motu, & ponderum vrgentium aduersus planum DG; est autem ratio ponderum composita ex rationibus ponderum aquarum ABCD, ad NOGM; & NOGM ad aquæ pondus cylindrici KIHG super planum KG; quod est æquale ponderi aquæ NOGM; (nam momentum totale aquæ KIHG, seu LPHG ad id quod exercetur super planum DG existente inclinato cylindrico, est vt HG ad GO, in qua ratione est cylindricus LPHG, seu KIHG ad cylindricum MNOG) ergo pondus aquæ cylindrici ABCD ad pondus aquæ cylindrici KIHG in illa inclinatione, est vt sectio, seu basis DC ad basim, seu sectionem MG.

Deinde velocitas per DC ad velocitatem per KG componitur ex rationibus velocitatis per DC ad illam per MG, & huius ad illam per KG; velocitas verò per DC ad illam per MG est vt sectio MG ad ipsam DC; & illa per MG ad illam per KG, est vt longitudo GO ad longitudinem GH, (nam aquæ in illis cylindricis ascendunt eodem tempore illas longitudes, & propterea, vt spatia percurfa æquabili motu, ita velocitates mobilium); fitque velocitas GH ex duabus velocitatibus GO, OH; & OH horizontalis non consideratur in hoc casu, quia agitur de momentis perpendiculariter incumbenibus horizonti; ergo restat GO velocitas perpendicularis per cylindricum KIHG, quæ est eadem ac illa per MNOG; & ideo velocitas per MNOG ad velocitatem per KOHG est vt DC ad DC; itaque velocitas per DC ad velocitatem aquæ per KG, est perturbatè, vt sectio MG ad DC; hoc est vt reciprocè pondus aquæ ONMG, seu KOHG horizonti incumbens ad pondus aquæ ABCD, ergo momenta sunt æqualia ipsarum aquarum, ideoque ad eandem altitudinem permanebunt, tam in vasis inclinatis, quam in perpendicularibus, quod &c.

PROP. V. PROB. I.

Dato vase cylindrico, vel prismatico, primum pleno, deinde ad minorem altitudinem depressâ aquâ tempore assignato, Fig. 6.
Tab. 6.
de-

debemus inuenire tempus, quo totum vas exhauriatur.

Esto propositum vas BGHC; & à signo B, ob defluentem aquam ex lumine K, descendat tempore L aqua libella ad signum E, debemus vestigare, quo tempore totum vas exhauriatur.

Reperiatur media proportionalis GI inter duas BG, GE rectas, & ut BI ad BG, ita fiat L ad M: dico M esse mensuram temporis, quo tota labitur aqua ex lumine K. Intelligatur ADG semiparabola, cuius axis GEB; semique applicatae AB, ED. Quia ex Torricellio sunt velocitates aquarum in punctis B, E, &c. ut semiparabola AB, DE &c., patet libellam aquae BC descendere contrario modo, quo graue motu naturaliter accelerato; quare si ponatur tempus BG, quo nempe à libella BC percurritur totum spatium BG; à libella EF peragetur spatium EG tempore GI; itaque reliquum tempus BI spectat ad descensum libellae BC per spatium BE; verum tempus per BE est ipsum L, estque ut BI ad BG, ita L ad M; ergo M est tempus per BG, quod &c.

COROLLARIUM.

Hinc si facta fuisset ut BI ad IG, ita L ad quartam aliam, hæc esset mensura temporis quo libella E descendisset vsque ad G.

PROP. VI. THEOR. V.

*Fig. 7.
Tab 6.* **S**int duo vasa æquè alta, æqualiter foraminibus peruia, sed inæqualibus amplitudinibus, cylindrica tamen, vel prismatica ostendendum est, tempora quibus fiunt ambarum aquarum emissiones esse inter se ut bases dictorum vasorum.

Sint vasa AC, BD, quorum lumina C, D, æqualia, & cætera ut diximus: dico tempora quibus dicta vasa siccantur esse inter se, ut bases dictorum vasorum, hoc est ut sectio A ad B. Fiat ut sectio B ad A, ita recta F ad H.

Componitur velocitas sectionis A ad velocitatem sectionis B, ex rationibus velocitatum sectionum A ad C ad D ad B; ut verò velocitas A ad C, ita sectio C ad A, utque velocitas C ad D, ita C ad D (sunt enim æquè veloces C, D) & ut velocitas D ad B, ita sectio B ad D, seu ad C; ergo ex perturbata velocitas sectionis A ad velocitatem sectionis B erit ut B ad A. Sunt igitur duæ libellæ A, B, veluti duo grauiæ naturaliter cadentia contrario modo; & peregrunt altitudines æquales, hoc est equalia spatia, velocitatibus
E,

F, Hab initio; ex quo fit vt eadem æqualia spatia percurrant temporibus prædictis, sed velocitatibus subduplis, motuq; æquabili; verum cum duo mobilia motu æquabili, ac velocitatibus inæqualibus currunt æqualia spatia, sunt velocitates inter se, vt reciproce tempora dictorum mobilium in dicto cursu; tempora igitur descensuum sectionum, siue libellarum A, B sunt vt dimidiæ linearum H ad F, vel vt totæ; hoc est vt sectio A ad B, quod &c.

PROP. VII. THEOR. VI.

DAtis duobus vasis prismaticis, vel cylindricis, quorum amplitudines æquales, itemque altitudines, lumina verò sint inæqualia: dico tempus quo exhauritur vnum vas ad tempus quo alterum vas, esse reciproce vt magnitudo ad magnitudinem luminum.

*Fig. 7.
Tab. 6.*

Sint vasa prorsus æqualia, cylindrica, vel prismatica A B, C D, luminumque sectiones per quæ defluunt aquæ sint B, D: dico tempus decursuum vsque ad exitum totius aquæ esse inter se reciproce vt sectiones foraminum B, D.

Componitur velocitas sectionis A ad illam sectionis C ex rationibus velocitatum sectionis A ad B ad D ad C; sed prima velocitatum ratio est vt sectio B ad A; secunda vt A ad A (sunt enim iisdem luminibus B, D altitudines æquales), & tertia vt C, siue A ad D; ergo vt velocitas sectionis A ad illam sectionis C, ita sectio foraminis B ad illam foraminis D: sunt itaque libellæ A, C, vt graua naturaliter decrefcentia, si nempe ab imo in altum perpendiculariter iaciantur; eorumque primæ velocitates sunt B, D. Quare iisdem temporibus, & medietatibus ipsarum velocitatum, percurrentur, vt prius, motu tamen æquabili, spatia æqualia, hoc est altitudines vasorum; sed dum mobilia percurrunt idem spatium motu æquabili tempora per ipsum sunt in reciproca ratione velocitatum; ergo tempora libellarum si motu æquabili descenderent per æquales altitudines vasorum essent reciproce vt dimidiæ velocitates; hoc est tempus decursus libellæ vasis A B; ad tempus decursus libellæ per altitudinem vasis C D, æqualem nempe altitudini alterius vasis, quam peragit altera libellæ, erit vt dimidium sectionis D ad dimidium sectionis B; siue, vt eorum dupla, nempe vt sectio D ad B, quod &c.

PROP.

PROP. VIII. THEOR. VII.

Fig. 1.
Tab. 7. **S**I fuerint duo vasa cylindrica, vel prismatica, altitudine, ac amplitudine inæqualia; itemque sint inæquales sectiones foraminum: dico tempus quo siccatur primum vas, ad id quo alterum vas, esse compositum ex rationibus basium, ex reciproca sectionum luminum, & ex subduplicata ratione altitudinum.

Sint duo vasa LAB, OIH, qualia proposita sunt, & sectiones foraminum sint B, H: dico hæc duo vasa ab initio plena siccati temporibus vt dictum est, videlicet tempus decursus aquæ vasis LB, ad tempus decursus alterius aquæ vasis GH esse in composita ratione sectionis L ad G, nempe basis ad basim; ex reciproca luminis H ad lumen B, & demum ex subduplicata ratione altitudinis A ad altitudinem I.

Concipiantur duo vasa CD, EF, æquè ampla ac propositum vas LB; & lumina D, F singula æqualia lumini H; præterea altitudo C sit æqualis altitudini A, & G altitudini I.

Componitur tempus decursus aquæ LAB ad id decursus aquæ OIH; ex rationibus temporum vasis AB ad id vasis CD; huius verò ad id vasis GF, & demum temporis huius vasis ad id vasis IH; sed tempora decursuum aquarum priorum vasorum (vt pote æquè alta, & æquè ampla) sunt vt sectio foraminis D, seu H ad sectionem foraminis B; ergo tempus decursus per vas CD ad id per vas GF cum foramina D, F sint æqualia, sunt in subduplicata ratione altitudinum C, seu A ad G, vel I; & demum tempus per vas GF ad id per vas IH, cum sint æquè alta, eorumq; foramina item æqualia, est vt sectio E, siue L ad sectionem O; seu vt basis vasis LB ad basim vasis IH; tempus ergo decursus aquæ per vas AB ad tempus decursus aquæ per alterum vas est in ratione composita basium, in reciproca luminum, & subduplicata altitudinum, quod &c.

SCHOLIVM.

Cum plurimum difficultatis sit; quoties in lateribus vasorum foramina intelligimus; nescimus enim, quæ altitudo à libella ipsis foraminibus comperat; ideo hætenus posuimus ipsa foramina horizontalia, videlicet sub basi; sed nè præsens doctrina nimis contrahatur, cõmenti sumus, quomodo ad latera applicari possint horizontalia lumina, quorum nullo negotio queamus statuere altitudines.

Nam

Nam si sit vas AF, cuius vnum latus AB, eique sit applicandum foramen datum in altitudine AD; adstruatur eidem lateri aliud vasculum DCE infra D, communicans vasi AF per osculum, quod maius sit foramine proposito; deinde aperiatur in latere horizontali DE foramen E amplitudine æquali foramini dato, atque hoc pacto sublata erit omnis difficultas perindè ac si lumina constituta essent in basi.

PROP. IX. THEOR. VIII.

SI fuerint duo vasa prismatica, aut cylindrica; & in ipsis quædam aquarum quantitates, quibus detur infra basim egressus: dico illas quantitates aquarum componi ex rationibus priorum velocitatum sectionum; ipsarum magnitudinum, & temporum, quibus vasa exhauriuntur.

Quantitates aquarum vasorum componuntur ex rationibus sectionum, & altitudinum; sunt enim aut prismata, aut cylindrica. Dicuntur autem aquæ dilapsæ ex vasis, cum superiores libellæ attigerint bases vasorum; hoc est cum percurrerint altitudines aquarum in ipsis vasis; sed ipsæ libellæ sunt veluti grauiæ contrario modo cadentia, hoc est, quorum motus sunt naturaliter deficientes; dimidijs ergo temporibus, & ijsdem velocitatibus, quas ab initio habebant ipsæ libellæ, motu æquabili percurrent eadem spatia, hoc est easdem altitudines; quare ipsæ libellæ sunt duo mobilia, quæ percurrunt quædam spatia quibusdam velocitatibus, & ideo ex prop. 4. de motu æquabili Galilæi, erunt spatia ipsa percurfa, hoc est ipsæ altitudines in ratione composita velocitatum ab initio sectionum, & temporum; itaque constat, aquæ quantitates delapsas componi ex rationibus sectionum vasorum; velocitatum illarum, & temporum decursuum, quod &c.

PROP. X. THEOR. IX.

SI fuerint duo vasa AB, IH cylindrica, vel prismatica, quorum foramina BH: dico velocitatem aquæ ab initio motus vnius vasis, ad velocitatem aquæ ab initio motus alterius vasis, compositam esse ex ratione luminis B ad lumen H, ex subduplicata altitudinum A, I, & ex reciproca basium.

*Fig. 1.
Tab. 7.*

F

Sit

Sit vas CD æquè amplum, ac æquè altum quam vas AB; & foramen D sit æquale foramini H; sit item GF æquè altum ac vas IH; sed æquè amplum quam vas AB; foramen verò F sit æquale foramini H. His positis.

Velocitas sectionis L ad velocitatem sectionis H componitur ex rationibus velocitatum sectionis L ad eam sectionis vasis CD; & ex hac velocitate ad illam sectionis E; & ex velocitate sectionis E ad illam sectionis O; verum velocitas sectionis L ad illam sectionis vasis CD, est ut lumen B ad lumen D, siue H (hoc enim ostendimus in prop. 7. huius); velocitas verò sectionis vasis CD ad velocitatem sectionis F est in subduplicata ratione altitudinis C ad G, siue ad I; & velocitas sectionis E ad illam sectionis O, est reciprocè ut sectio G ad E, vel ad L; ergo ratio velocitatum sectionis L ad illam sectionis O, est composita ex rationibus luminum, ex reciproca basium, & ex subduplicata altitudinum, quod &c.



DE

43

DE FLVMINIBVS.

TRACTATVS QVARTVS.

SUPPOSITIONES.

I.



Supponimus vnamquamque sectionem fluminum esse secundum omnes sui partes æquè velocem. Licet hæc suppositio videri possit non vera, cum flumina medio velocius, quam iuxta ripas ob superficiem earundem inæqualem, atque asperam, ferantur; necesse est tamen more mathematico ab his abstrahere, vt locus sit demonstrationi; perito deinde linquimus rem denuo sic vestire, aut exuere circumstantijs, vt ad id, quod verum est quam proximè accedat.

II.

Accipimus aquam eodem pacto in oppositum sibi obijcem inuehi quemadmodum ventus in velum alicuius nauigij; quare sicut momentum huius crescit, quo aperitur maior veli pars, sic aquæ momentum fit validius vbi impellens sectio alicuius fluminis, & per consequens petita aggeris pars fuerit maior; Itaque hoc modo statuimus quemadmodum debeat in fluminibus concipi corpus impellens, ex quo vna cum velocitate allidentis sectionis consurgit, ac intelligitur fluminis momentum.

III.

Nullum corpus quatenus graue potest ex se moueri, nisi simul descendat.

Hinc sequitur, si vas plenum aquâ in aliquo nauigio statuatur, liberque ipsi aditus permittatur infra basim, dum ipsum nauigium vehitur à flumine, maiori tempore, sed insensibili exhauriri, quam si aqua exiret immobili vase. Nam si vas rueret totali suo momento, quamdiu descenderet nihil aquæ efflueret; quia vniuersa aqua tanquam pars vasis rueret ex æquo cum ipso; contra immobili existente vase, diximus in scholio prop. primæ, vbi de vasis egimus, cylindrum illum aqueum foramini vasis incumbentem

catenus descendere, quatenus exprimitur à circumiecta aqua. Iam in casu nostro, cum vas, nec totalem descensum, nec omnimodam quietem habeat, propter imperceptibilem descensum ortum ex decliuitate fluminis, hinc fit, vt minus aquæ transmittat motum secundo flumine, quam eodem tempore permanēs in statu quietis.

IV.

Si fuerit corpus grauius specie, quam aqua, sed intus ita excavatum, vt positum in aqua nec ascendat, nec descendat, huiusmodi corpus deruersum in flumine; assumimus moueri eodem pacto, eademque velocitate qua mouetur aqua eiusdem fluminis; nam intelligi potest per modum partis eiusdem currentis aquæ.

Hinc obiter inferri potest inæqualem grauitatem corporum oriri precisè ex maiori, vel minori raritate, quæ est instar cuiusdam cavitatis, quâ sublatâ haberent corpora mole æqualia idem pondus; Hoc fit manifestum in casu proposito, atque idem arguere licet in vniuersum. Nam corpus illud sic excavatum non differt à quantitate eiusdem molis, nisi, quod naturâ suâ aqua sit rarior, hoc verò densius, ideoque indiget excavari, vt reducatur ad æqualem grauitatem, quod ita demonstratur. Corpus illud sic excavatum, vt diximus, intelligitur veluti pars fluentis aquæ, ergo momentum huiusmodi corporis erit æquale momento eiusdem aquæ fluentis in eadem apparenti mole in qua est illud; sed momenta (ex mechanicis) componuntur ex rationibus velocitatum, ac corporum; ergo cum velocitates sint æquales, erunt etiam corpora in quantitate æqualia, sed sunt æqualia etiam in pondere ex insidentibus humido Archimedis, ergo omne discrimen est in minori, vel maiori raritate, quod &c.

V.

Dato vase infra perforato, in quo, beneficio canalis influentis, in eadem altitudine perseveret aqua; si in libella eiusdem aquæ statuatur corpus illud sic excavatum; supponimus descensurum æquè velociter, ac ipsæ sectiones. Nam aqua quæ ex canali in vas immittitur non prohibet quin iam ingesta descendat; cum igitur ipsum corpus concipiatur per modum partis ipsius ingestæ aquæ mouebitur omnino eodem modo.

His omnibus positis puto me in tam difficili, & lubrico argumento nonnulla posse ostendere vtilia, atque iucunda.

PROP.

PROP. I. THEOR. I.

SI solidum corpus demittatur in flumen, dico velocitatem quam habet à flumine ad velocitatem fluminis in eodem loco, si non esset corpus illud, esse reciprocè, ut tantundem aquæ occupantis dicti corporis locum ad ipsum corpus.

Nam si solidum immersum, ita excavatum esset, ut ex suppositione quarta concipi posset instar partis aquæ fluentis, esset æquè velox, ac ipsum flumen; sed quodcunque sit corpus, impellitur eodem semper fluminis momento; ergo cum momenta amborum corporum sint æqualia, necesse est, ut velocitas unius corporis ad velocitatem alterius sit reciprocè ut corpus ad corpus.

COROLLARIUM.

Hinc deducitur si corpus immersum fuerit gravius aqua fluminis, esse velocitatem eiusdem fluminis ad illam demersi corporis, quam ab impetu fluminis habet, ut totale eiusdem corporis pondus ad partem illam gravitatis, quæ ratione aquæ detrahitur: nam ex prop. 7. Arch. de ijs quæ vehuntur in humido, corpora humido graviora, si in ipso sint fiunt tantò leuiora, quanta est gravitas humidi molem habentis solidæ magnitudini æqualem.

PROP. II. THEOR. II.

SI sit prismaticum, seu cylindricum vas semper plenum aquâ, aut ad eandem altitudinem servatâ, licet deorsum ex foramine defluat; dico si corpus gravius aqua in ipsa demersum sit, momentum quod habet ab impulsu descendents aquæ ad illud quod à sola gravitate in aqua quiescente, esse, ut est differentia totius momenti, quo corpus nititur deorsum in aqua vasis descendente, & eius momenti, quod idem corpus habet in aqua stagnante, ad hoc ipsum momentum, id quod satis per se patet.

PROP. III. THEOR. III.

SIT flumen, in quo suspensum detineatur corpus gravius specie, quam aqua; directio sili quo sistitur idem graue sit CA, quæ occurrat fluminis libellæ in B, & erecta perpendiculari CD vsque ad

Fig. 3.
Tab. 7.

ad libellam, iungatur BD. Dico momentum, quod habet à fluminis impetu, ad illud quod à gravitate in ipsa aqua esse vt BD ad DC.

Quoniam funiculus CA in sua directione librat mobile C affectum duabus virtutibus, horizontali nempe, ac perpendiculari; si virtus librans statuatur CB, erit CD virtus perpendicularis, & BD horizontalis; quare momentum grauis à flumine ad momentum eiusdem à gravitate, est vt BD ad DC, quod &c.

PROP. IV. PROB. I.

*Fig. 4.
Tab. 7.* **P**ropositis duobus locis eiusdem, vel duorum fluminum, vtriusque velocitatem vnus penduli artificio inuenire.

Sint duo loca F, Q eiusdem, vel duorum fluminum, quorum velocitates sint vtrouque vestigandæ. Tam in F, quam in Q sistatur deinceps idem corpus \ast ope funiculi \ast L, aptata deinde ad inclinationem funiculi L \ast Q normâ MLN, itaut perpendiculum ex M pendens notet longitudinem LP; idem fiat in inclinatione L \ast F eadem normâ MLN, & inueniatur longitudo à perpendiculo designata LO: dico velocitatem fluminis in Q ad velocitatem fluminis eiusdem, vel alterius in F, esse reciprocè vt LO ad LP. Sint fluminum libellæ TR, VS, intelliganturque QR, FS perpendiculares à corpore \ast vsque ad illas libellas perductæ. Ex antecedenti propositione momentum corporis \ast in Q, acceptum à flumine, ad momentum acceptum à gravitate eiusdem corporis in aqua, est vt TR ad RQ, siue vt LM ad LP. Item in F, momentum corporis \ast à gravitate, ad momentum illius à flumine, est vt SF ad VS; hoc est vt OL ad LM; ergo ex perturbata, erit OL ad LP, vt momentum eiusdem grauis à flumine in Q, ad momentum ipsiusmet corporis à flumine in F; at si intelligatur in vtroque loco corpus ita excavatum, vt concipi possit per modum partis fluminis vel fluminum, habebit huiusmodi corpus eadem momenta in iisdem locis, quæ habuit immersum corpus \ast ; ergo vt momentum ab impetu fluminis in Q excavati corporis ad momentum ab impetu fluminis eiusdem excavati corporis, ita erit OL ad LP. Quia verò est idem corpus quod impellitur à flumine, imò eadem pars fluminis; erunt momenta inter se vt velocitates, & ideo velocitas fluminis in Q, ad velocitatem fluminis in F, erit vt OL ad LP, quod &c.

SCHO.

Hinc vides nouum artificium ad explorandas rationes velocitatum, quas habent flumina.

Si verò in quocunque loco ſemel menſus fueris prædictam penduli declinationem docebo te ſequenti propoſitione, quomodo dato tempore poſſis in quouis loco pronuntiare quantitates aquarum per locum illum decurſas.

PROP. V. PROB. II.

Dato fluminis loco, ibique eiſdem fluminis ſeſtione, inueſtigare quantitatem aquæ, quæ per eandem ſeſtioneſ effluit tempore aſſignato.

Sit fluminis locus F, cuius libella V S; datum verò tempus \dagger , *Fig. 3. Tab. 7.* debemus inuenire quantitatem aquæ fluentis per datam ſeſtioneſ X, tempore \dagger . Eſto vaſ priſmaticum, cuius amplitudo, ſeu ſeſtio ſit R; hoc admoſueatur ſalienti cuidam vniformi, quæ aquam vaſis, licet effluentem ex foranſne inferiori, ad eandem altitudinem ſeruet. In hoc ſtatu, ponderetur corpus penduli FL, ſitque deprehenſum pondus PQ; idem corpus ponderetur in ſtagnanti aqua, inueniaturque pondus PB, quod erit minus pondere PQ ex vi Supp. 5., eritque differentia BQ; meſuretur deinde quantitas aquæ, quæ in vaſe eſt, ſitque V; Tempus verò quo exhauritur vaſ ceſſante aqua influente ſit T. Hiſ ſemel exploratiſ habebimus regulam vniuerſalem ad diſenſioneſ aquæ fluminum in quocunq; loco. Aptetur enim pendulum FL in flumine, & inclinationi ſili FL apratâ normâ NLM, perpendicularum MO deſignet interuallum LO; tum fiat PB ad BQ, vt LO ad C; & V ad Z componatur ex rationib; datiſ, R ad X, ex dimidio temporis T ad \dagger , & C ad LM: dico Z eſſe quantitatem aquæ elapſam per ſeſtioneſ X tempore \dagger ; quod ita demonſtro.

Momentum corporiſ F à flumine, ad momentum eiſdem corporiſ à deſcendente aqua in vaſe, eſt in ratione compoſita momenti eiſdem corporiſ à flumine, ad momentum illiuſ à grauitate in aqua ſtagnante, & ex hoc momento ad illud ab aqua in vaſe; eſt autem prior ratio LM ad LO, altera verò BP ad BQ, ſiue LO ad C; ergo ex æquali momentum ab impetu fluminis, ad momentum eiſdem corporiſ ab impetu aquæ vaſiſ, erit vt LM ad C; ſed

mo-

momentum corporis F ab impetu fluminis, est æquale momento ab eiusdem fluminis impetu corporis sic excavati in eadem mole apparenti, ut per modum partis fluminis concipi possit; Item momentum corporis F ab impetu aquæ, quæ est in vase, est æquale momento quod habet corpus illud ita excavatum ab impetu descensus prædictæ aquæ, per modum cuius concipi potest; Cumq; hoc corpus sic excavatum utrobique sit idem; ergo ut momenta inter se, ita velocitates eiusdem excavati corporis, seu aquæ in utroque loco; est ergo velocitas fluminis in F , ad velocitatem aquæ vasis, hoc est velocitas sectionis X ad velocitatem sectionis R , ut LM ad C . Deinde quia tempus T illud est, quo exhauritur vas; eoque tempore decrescit velocitas C in modum gravium si ex humili in altum iaciantur; ergo dimidio temporis T per eandem sectionem R transibit motu æquabili eadem aquæ quantitas priori gradu velocitatis (nam hæc (ex Gal. doctrina) pertransit eandem altitudinem, quam habuit in vase utroque modo) Quibus positis licet nobis considerare sectionem R veluti sectionem fluminis, etenim velocitatem ad æquabilitatem reduximus, ut in fluminibus. Habemus ergo sectionem X , item R ; velocitatem aquæ per X ipsam LM , & per R ipsam C ; deinde tempus & decursus aquæ per X , ac tempus per R dimidium ipsius T , quo effluxit quantitas aquæ V ; ergo cum V ad Z composita sit ex rationibus sectionum, velocitatum, & temporum prædictorum, quantitas aquæ quæ per sectionem X tempore & transmittitur erit Z .

L E M M A.

Vt autem monstremus aquarum quantitates per datas fluminum sectiones assignatis temporibus transmissas, esse in ratione composita magnitudinum sectionum, velocitatum, atque temporum, recurrendum est ad id, quod diximus in prop. 9. de vasis. Datis nempe duobus vasis, & in eis sint quædam aquarum quantitates, quibus dentur infra bases egressus, ostendimus inquam rationem illarum quantitatum componi ex rationibus velocitatum ab initio sectionum; harum magnitudinum, & temporum quibus vasa exhauriuntur; verum quia dimidijs temporibus, iisdemque ab initio velocitatibus perseverantibus eadem vasa exhaurirentur; ergo cum perinde sit, ac si dictæ quantitates aquarum per fluminum

nam sectiones æquabili motu excurrissent, patet, inquam, illas quantitates componi ex rationibus velocitatum, magnitudinum, que sectionum, & temporum ipsarum decursuum, quod &c.

SCHOLIUM.

Sed quoniam ob decliuitatem fluminis perpendicularum FS non est exactè ad rectos angulos cum libellâ, ideoque in triangulo MLO simili VSF angulus qui ponitur rectus ad L aliquantulum deberet esse maior; sed ob imperceptibilem inclinationem eiusdem fluminis potest sine errore rectus intelligi. Tamen quia potest occurrere aliquis notabilis pendentia, volumus ad eundem effectum tradere exactissimum artificium.

PROP. VI. PROB. III.

Dato flumine, primò ipsius pendentiam vestigare, & deinde proportionem assignare momenti corporis immerfi, quod habet à flumine, ad momentum ipsius, quod habet à pondere in aquâ quiescente.

Sit flumen, cuius summa superficies BC, & horizon BD, volumus primùm inuestigare angulum DBC; deinde quæ ratio sit inter momentum à flumine corporis immerfi A, & momentum eiusdem ratione grauitatis in aqua quiescente. Fig. 1.
Tab. 8.

Notetur primùm pondus grauis A in aqua stagnante, sitque illud ST; deinde libretur pendulum LA beneficio trochleæ conuertibilis in L, sitque pondus contrapositum ω . Applicetur consueta norma MLN longitudini penduli, adeout perpendicularum MO notet punctum O, hoc peracto, habebitur triangulum rectangulum MLO; itaque seorsim in chartâ ductâ lineâ TSYQ, fiat angulus QSR æqualis angulo MOL, & secetur SR æqualis ipsi ω ; item facto angulo recto SRQ cadat perpendicularis RY ab R in QS; demum iungamus RT, quam diuisam bifariam in V necemus in VS, & protrahamus, vt ab ipsa secemus SX æqualem VS; huic deinde ductâ parallelâ RZ: ostendari angulum YRZ æqualem angulo DBC; & VX ad ST eam habere rationem, quam diximus, momenti corporis à flumine, ad momentum eiusdem corporis à grauitate.

Quia enim angulus QSR est æqualis ipsi MOL, anguli verò ad R, L recti, erunt triangula QRS, MLO similia, item ob perpen-

G

dicu-

diculares LD, RY simili triangula LDO, RYS ; est ergo ut SR ad RY , ita OL ad LD ; itemque ut SR ad SY , ita LO ad DO ; cumque LO ad DO sit ratio virtutis librantis corpus in flumine ad totalem virtutem perpendicularem, quam ipsum corpus habet in flumine (quæ quidem vi Supp. 5. maior est quam virtus à gravitate in aqua quiescente) eadem verò virtus LO ad LD est illa potentiae librantis, ad virtutem, quam corpus merè horizontaliter habet à flumine; ergo quia SR fuit librans potentia, erit YS virtus totalis perpendicularis in flumine, & RY virtus simpliciter horizontalis à flumine; habes ergo angulum consequentem RST ipsius RSQ , seu ipsius LOM , & propterea etiam positionem perpendiculari YST , in quo est virtus ST à pondere in aqua stagnante, itemque est data positio virtutis SR ; cumque à puncto V dimidium notante ipsius RT , ducta sit VSX dupla ipsius VS ; patet (per ea, quæ ostendimus in primo tractatu de potentis obliquis) esse VSX illam virtutem, quæ librat duas oppositas SR, ST ; itaque SR erit illa quæ sistit duas virtutes ST, VX , mobile nempe A in flumine affectum duabus virtutibus ST, VX ; sed ST est virtus, seu momentum à gravitate in aqua stagnante, sequitur ergo reliquam virtutem, seu momentum VSX oriri ab impetu fluminis secundum illam directionem impellentis; est ergo VSX momentum corporis à flumine, & huius parallela RZ eiusdem fluminis directio; quare si intelligatur QIT perpendicularum, erit YR horizon, & YRZ angulus inclinationis cum horizonte æqualis angulo DBC pendentiae fluminis BC cum horizonte BD , quod &c.

S C H O L I U M.

Si ergo malueris vestigare quantitatem aquæ fluminis per aliquam sectionem decurrentem secundum veram declinationem fluminis, facile exqueris, si in antecedenti demonstratione arque figura, substitueris VX in locum ipsius LM .

PROP. VII. PROB. IV.

DAtis duobus Torrentibus in oppositum planum irrumpentibus inuenire incursum momenta.

Fig. 7. Tal. 3. Sit oppositum planum $ABCD$; torrentes verò sint, quorum directiones FD, EC , qui incurrant in idem planum sectionibus D, C ;

Tractatus Quartus.

51

D, C; volumus vestigare incursum momenta.

Reperiantur primò, vt docuimus, EC, FD velocitates fluminis, & à punctis E, F agantur perpendiculares EB, FA in planum parietis, & iungantur AD, BC; patet ex elem. vnamquamque linearum transeuntium per A, & B, ac iacentium in plano parietis AB, esse perpendiculares ipsis AF, BE; quare DAF, CBE erunt anguli recti: Verum quia ex duabus virtutibus FD, EC, quas habent torrentes, producuntur virtutes FA, EB perpendiculares ad planum ABCD, & AD, BC horizontales, quæ duæ stringunt duntaxat parietem; ergo virtutes incurrentes in parietem sunt duæ priores perpendiculares ad ipsum parietem; sunt autem incursum sectiones D, C, ergo ex Supp. 2. erit momentum sectionis C, seu torrentis EC, ad momentum sectionis D, seu torrentis FD (est enim in quolibet loco fluminis, seu torrentis idem momentum) in ratione composita velocitatis FA ad velocitatem EB, & ex ratione sectionis D ad C, quod &c. Atque hæc dicta sit hæcenus de quatuor argumentis propositis.

APPENDIX GEOMETRICA.

Ne vacet spatium in postrema figurarum tabella, addidi appendicis loco duas demonstrationes geometricas. In prima propono sectionem quandam ovalem regularem tamen, quæ ostenditur non elliptica, qua posita ellipsi inuenta esset quadratura circuli. In secunda assignatur centrum gravitatis superficiei hemisphærij.

PROP. I. THEOR.

SIT recta LH in plano quodam NMHI, cuius super partem Fig. 3.
Tab. 8. GH tanquam diametrum insinat perpendiculariter eidem plano semicirculus HCG. Tum in ipso plano circa centrum L conuertatur linea LH vnà cum erecto semicirculo C GH, donec ad eundem locum redeat vnde discesserat. Hinc generabitur solidum quoddam, quod semicircularem annulum appellabimus. Secetur modò huiusmodi annulus plano quodam, quod sit perpendiculare tum semicirculo, tum alteri plano subiecto, ita vt sectio resultans in superficiei, sit linea conuexa ABCD. Quæritur modò an illa sit elliptica, nos ostendemus non esse. Sit enim, si

G 2

fieri

fieri possit elliptica, & assumpto quolibet puncto E, iungatur L E, quæ producatur utrinque in M, & T; per hanc verò lineam planum transeat perpendicularare subiecto plano, quod secet solidum, eiusque sectio sit K B I, quæ semicirculus erit, utpote eodem pacto posita, ac genitrix figura G C H. Deinde quia duo plana A C D, G C H sunt perpendicularia eidem subiecto plano A N M D, erit item communis sectio F C eidem plano erecta, & propterea perpendicularis duabus A D, I K; ex quo sequitur etiam duas B E, F C inter se æquidistare. Protractâ nunc H L in N; quia A B C D conuexa linea ponitur elliptica, cuius axis esset A D (nam præconcepto annulo tanquam genito ex rotatione integri circuli G C H, omnino similis ex altera parte prodiret sectio, si planum nempe A B C D protraheretur) erit rectangulum A F D ad ipsum A E D, ut C F quadratum ad B E quadratum; est autem A F D rectangulum æquale rectangulo N F H, & A E D rectangulum æquale ipsi M E I, item C F quadratum æquale rectangulo G F H, & B E quadratum æquale rectangulo K E I; ergo ut N F H ad M E I rectangula, ita rectangulum G F H ad K E I; & permutando, ut N F H rectangulum ad ipsum G F H, ita M E I rectangulum ad ipsum K E I. Diuisis itaque primâ, & secundâ per communem altitudinem F H; tercia verò, & quarta per communem E I; erit ut N F ad G F, ita M E ad K E; sed diuidendo, permutandoque, erit N G ad M K, ut G F ad K E; cumque N G æquetur M K, etiam G F æquabitur K E; quod utique falsum est, nisi in casu, quo D F sit æqualis ipsi A E; non est ergo ellipsis prædicta sectio.

PROP. II. PROB.

Fig. 5.
Tab. 8.

Centrum grauitatis superficiei hemisphærij est in medio axe. Sit hemisphærium I G M, cuius basis I M, & axis K G; secetur bifariam in L. Dico punctum L fore centrum grauitatis superficiei hemisphærij.

Intelligatur super planum eiusdem basis aliud Hemisphærium A C E, cuius axis K C sit sesquitertius axis K G. Ductis duobus quibuslibet radijs K F D, K H B manifestum est omnes lineas K E, K D, K B, K A in eadem ratione sesquitertia secari, in qua scilicet secta fuit K C à superficie suppositi hemisphærij. Sint puncta di-

diuisionum M, F, G, H, I. His positis considerentur, & lineæ, vt innumerabiles, ac inter se æquales, similiterq; positi conij, qui, vnâ cū interiectis conicis æqualibus inter se, & similiter positis, impleant totam soliditatem maioris hemisphærij. Cum igitur centra grauitatis conorum omnium KE, KD, KC, KB, KA &c. sint puncta M, F, G, H, I &c. erit pondus illorum expansum in tota superficie minoris hemisphærij, item pondus conicorum; ideoque centrum grauitatis superficiei minoris hemisphærij erit centrum grauitatis conorum, & conicorum, atque compositæ magnitudinis ex ipsis. Verum composita magnitudo ex conis, conicisque est ipsum hemisphærium; ergo cū centrum grauitatis maioris hemisphærij sic diuidat axem, vt pars quæ est ad verticem sit ad reliquam vt 5 ad 3; erit componendo axis CK ad partem versus centrum sphæeræ vt 8 ad 3. Verum idem axis, est ad axem minoris hemisphærij, vt 8 ad 6; ergo ex æquali, KG dupla erit eius partis inter centrum grauitatis, & sphæeræ interiectæ; quare punctum L est centrum hemisphærij maioris, hoc est centrum grauitatis superficiei suppositi hemisphærij minoris.

SCHOLIUM.

Qui processerunt methodo Caualleriana, intellexerunt quasdam innumerabiles lineas inter se æquidistantes, quæ veluti parallelogramma complerent aliquam superficiem; item innumerabiles quasdam inter se æquidistantes superficies, quæ vt totidem parallelepipeda componerent alicuius corporis soliditatem; sed notatu dignum est, innumerabiles rectas lineas ex eodem puncto egredientes, posse etiam intelligi veluti totidem triangula superficiem eam implentia, in qua sunt ipsæ lineæ; item nonnulla innumerabilia plana in eandem rectam coeuntia, concipi posse vt totidem prismata soliditatem quandam generantia; & demum innumerabiles lineæ in idem punctum concurrentes possunt haberi vt quædam pyramides, conij, vel conici, ex quibus pariter resultet soliditas.

FINIS.

Tot erratis in tam exiguo opere ignosce lector; nam figuras
seorsim incisas, conferre non licuit cum demonstrationibus
eodem tempore impressis.

Pag.	lin.	Errata.	Correctiones.
7	14	libram	libra
8	13	DI	KI
8	17	MH, vt	MH, seu LI ad L. H, vt
12	16 11 12 13 15	BFD, FM, FL	littera F comutari debet in E
12	4	librantem	ex illis resultantem
16	4	ACL	ICL
17	22	AFG	GFA
17	23	GFA	AFG
17	34	ex C	ex F
18	2	DN, DM	FN, FM
18	4	DN	FN
20	22	affectum	affectio
	27	quibus	quarum
21	32	AX	XH
	36	similiterque funiculi	similiterque virtutem funiculi
22	12	VR	VE
	13	FM	EM
	14	FM	ME
32	in margine	Fig. 6. Tab. 5.	Fig. 5. Tab. 5.
32	in margine	Fig. 7. Tab. 6.	Fig. 1. Tab. 7.
42	5	sectionis H	sectionis O
47	in margine	Fig. 3. Tab. 7.	Fig. 5. Tab. 7.

IMPRIMATUR.

*F. Michael Pius Torres Sac. Theol. Magister Commissarius
S. Officij Mediolani.*

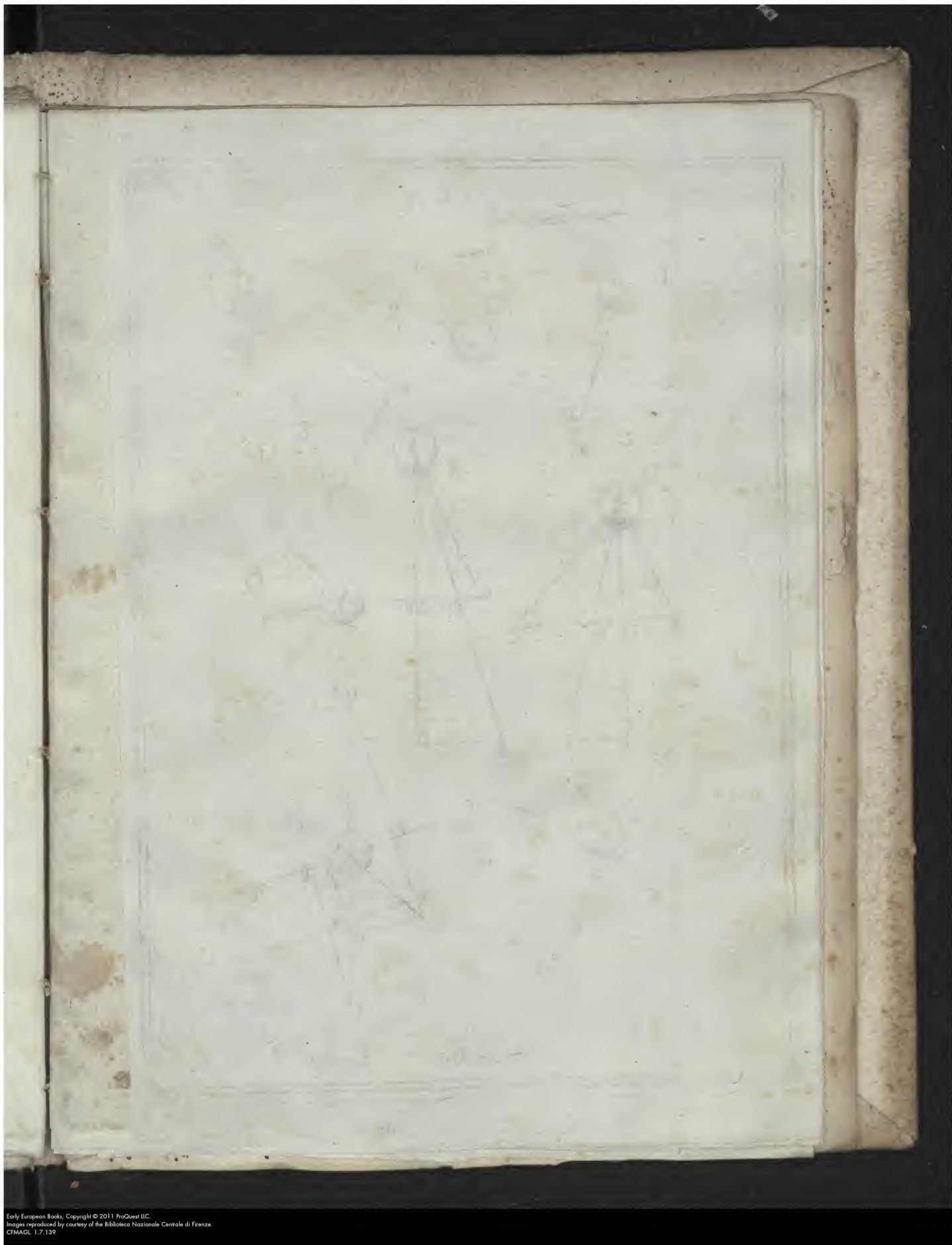
*Carolus I. Saita Laur. Basil. Archipresbyter pro Eminentissi-
mo, ac Reuerendissimo D. D. Card. Archiepiscopo.*

Franciscus Arbona pro Excellentissimo Senatu.

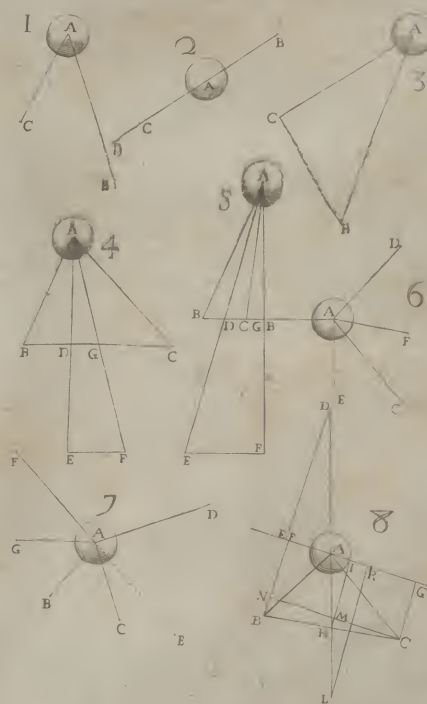


MEDIOLANI

Ex Typographia Ludouici Montiaë.
MDCLXXXII.



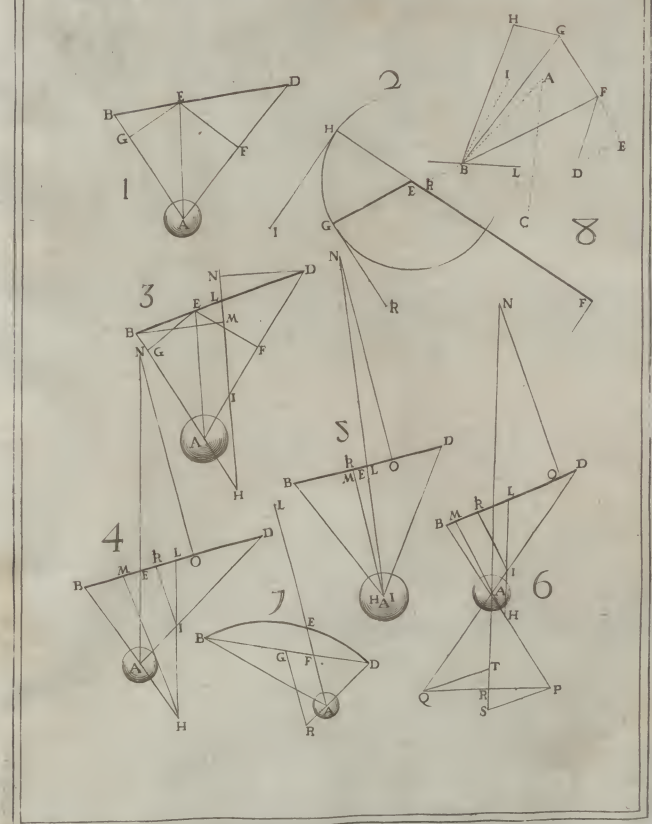
TAB. I.

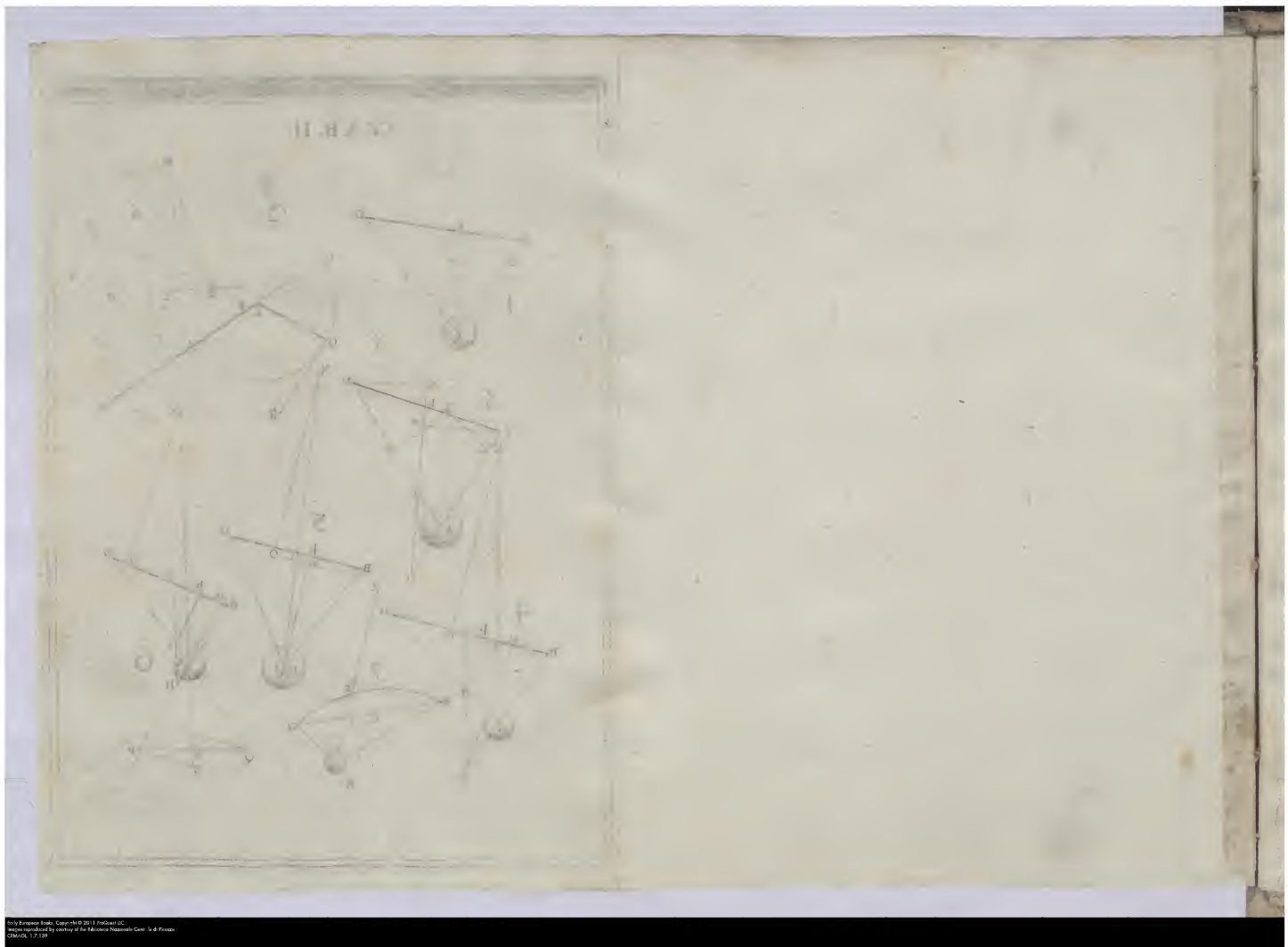


Simon. Durellus Sculp.

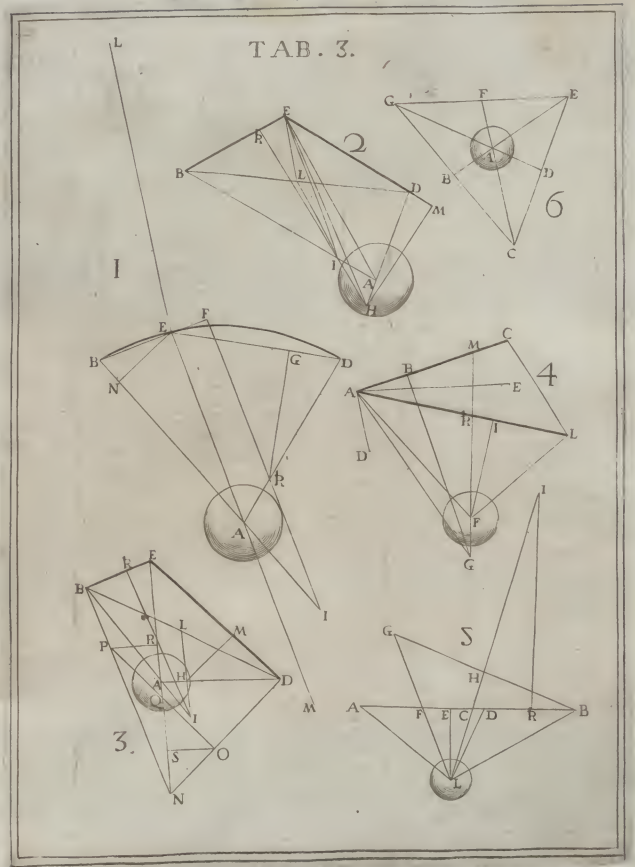


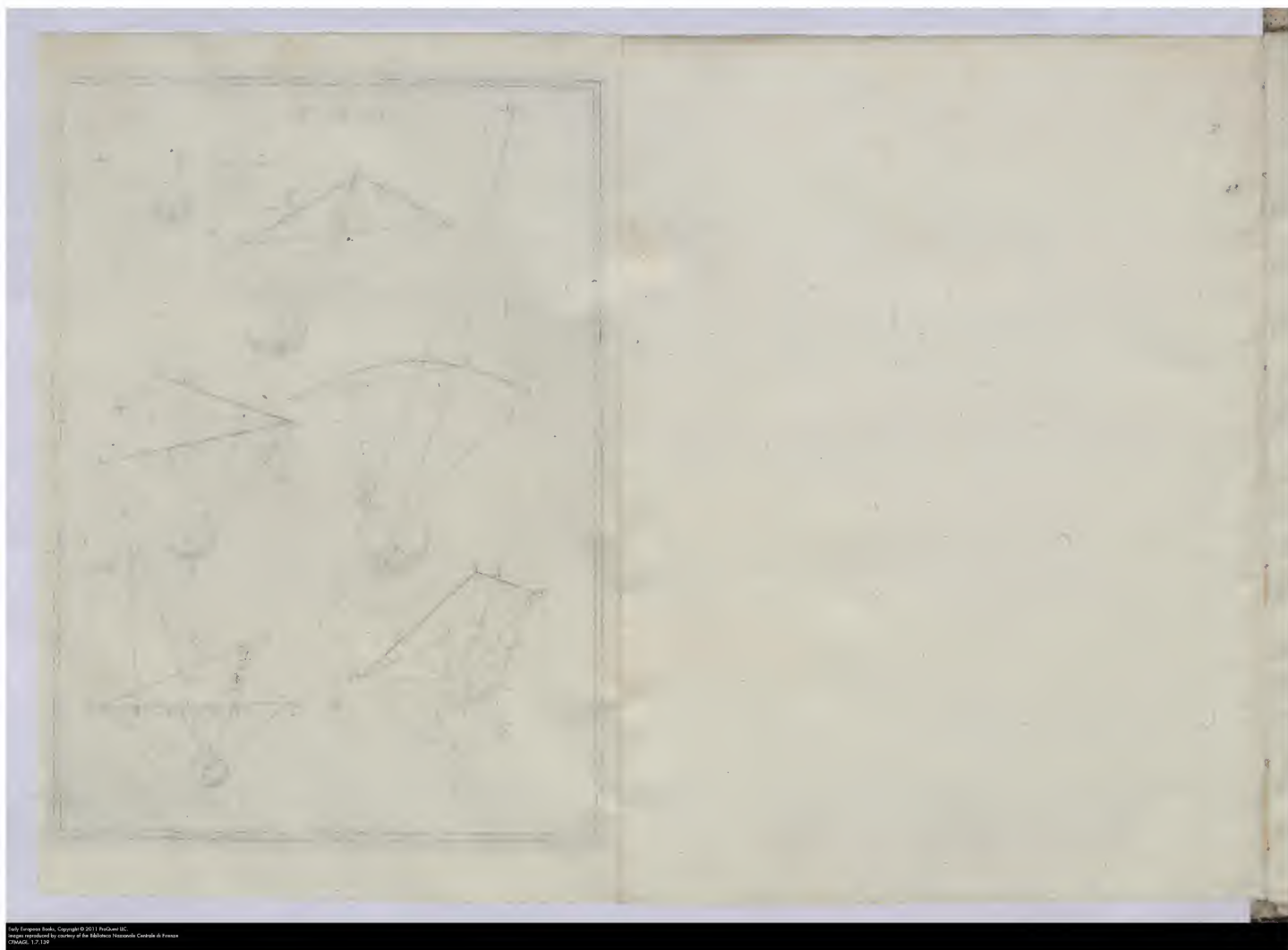
TAB. II.



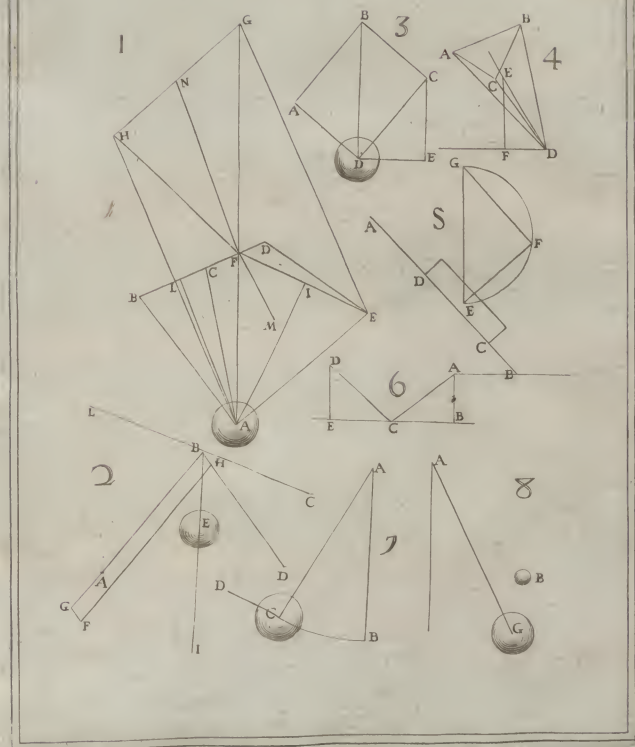


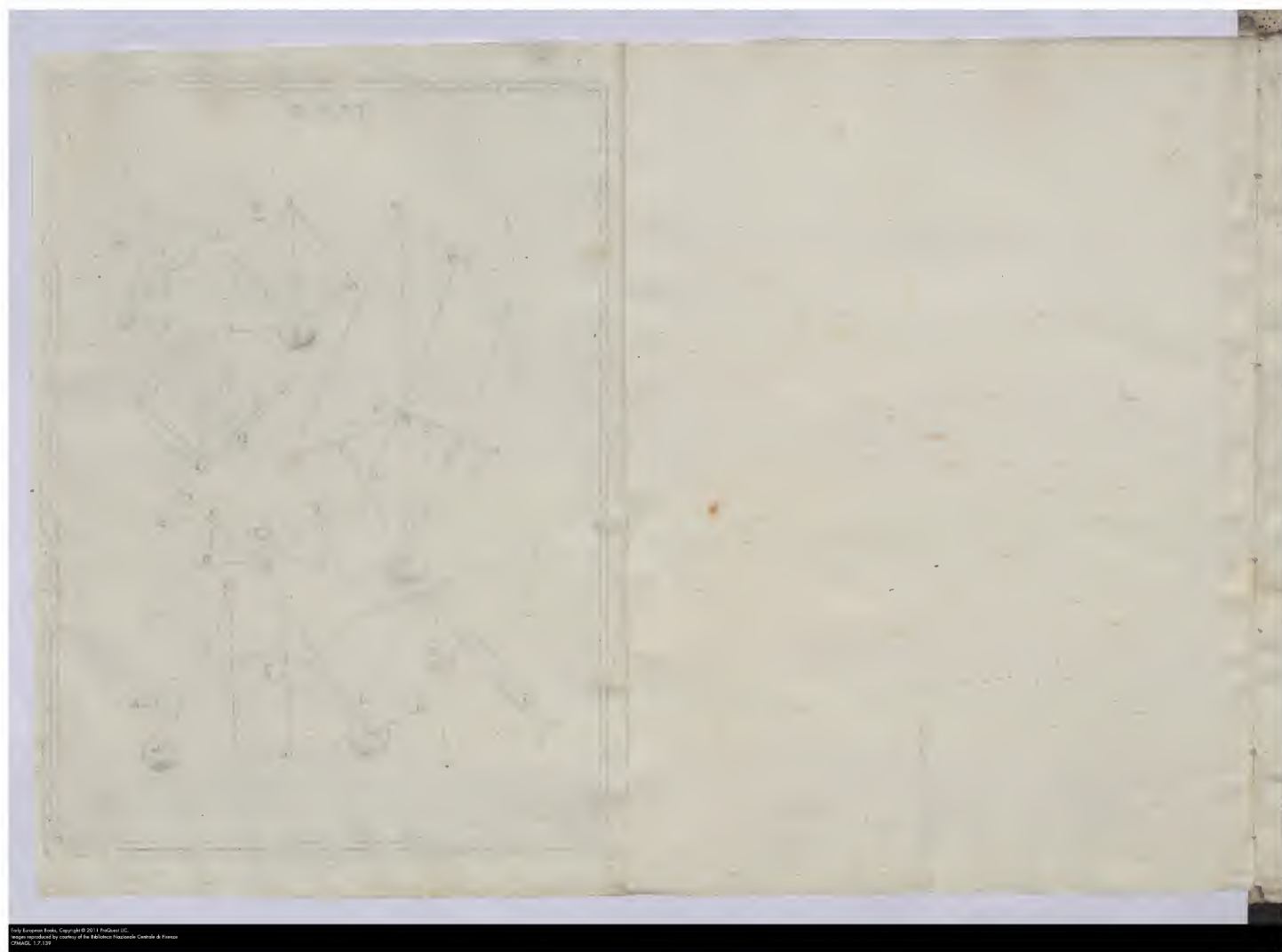
TAB. 3.



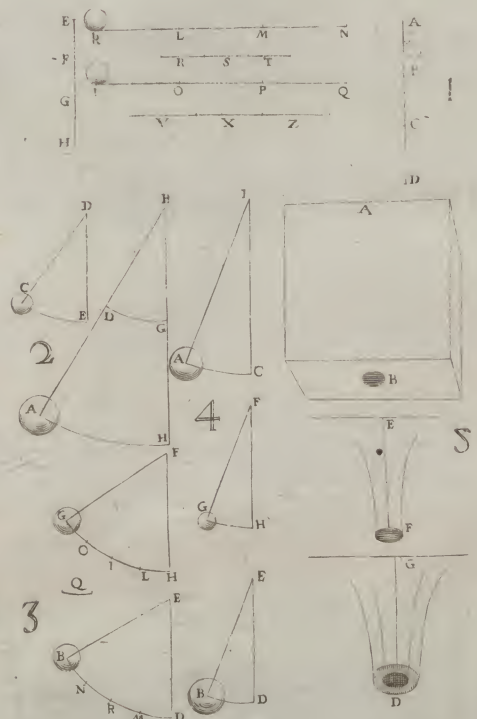


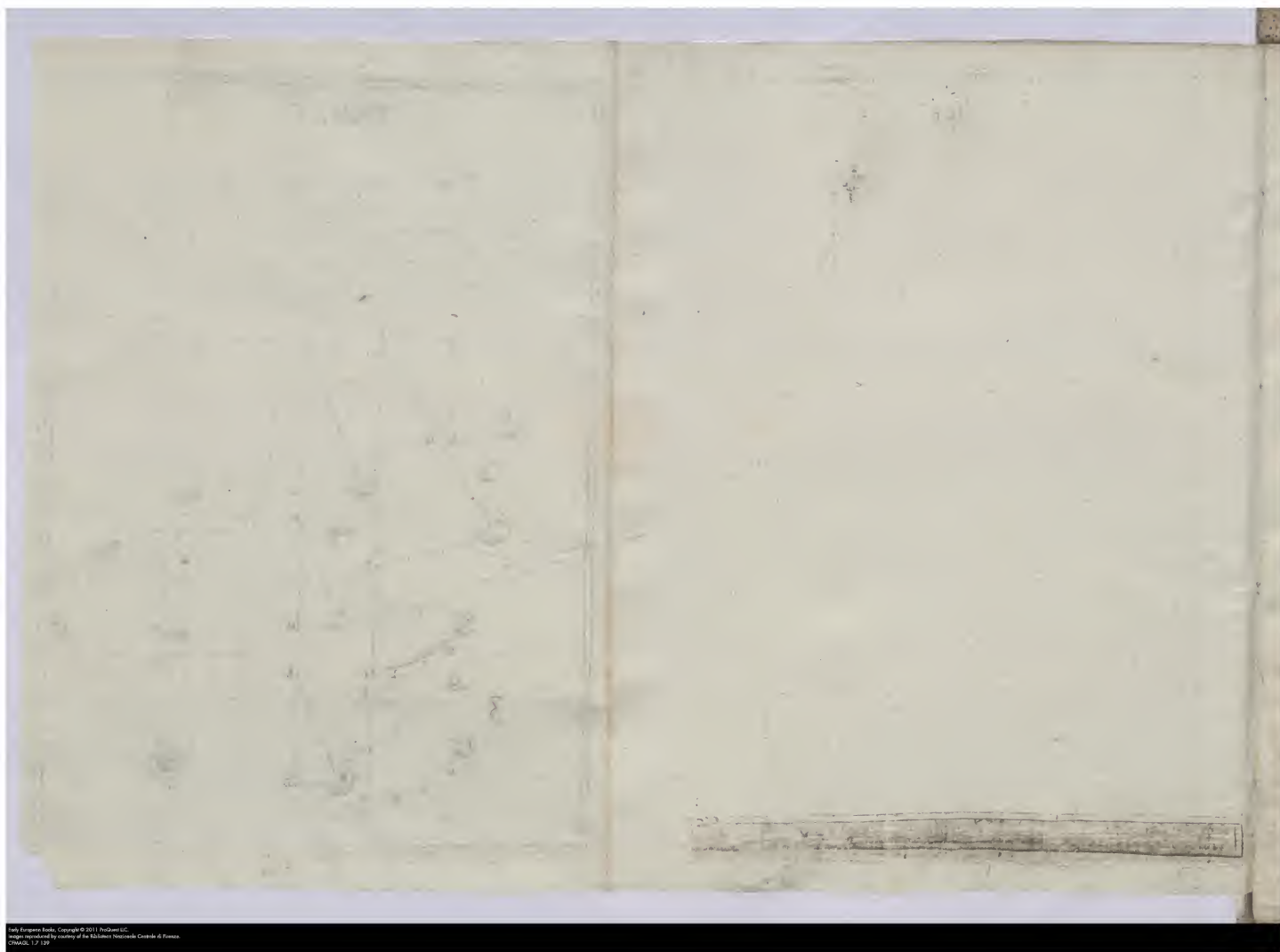
TAB. 4



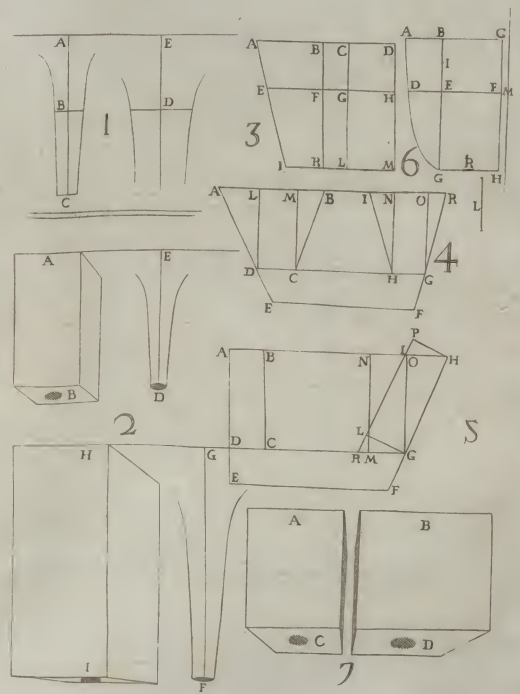


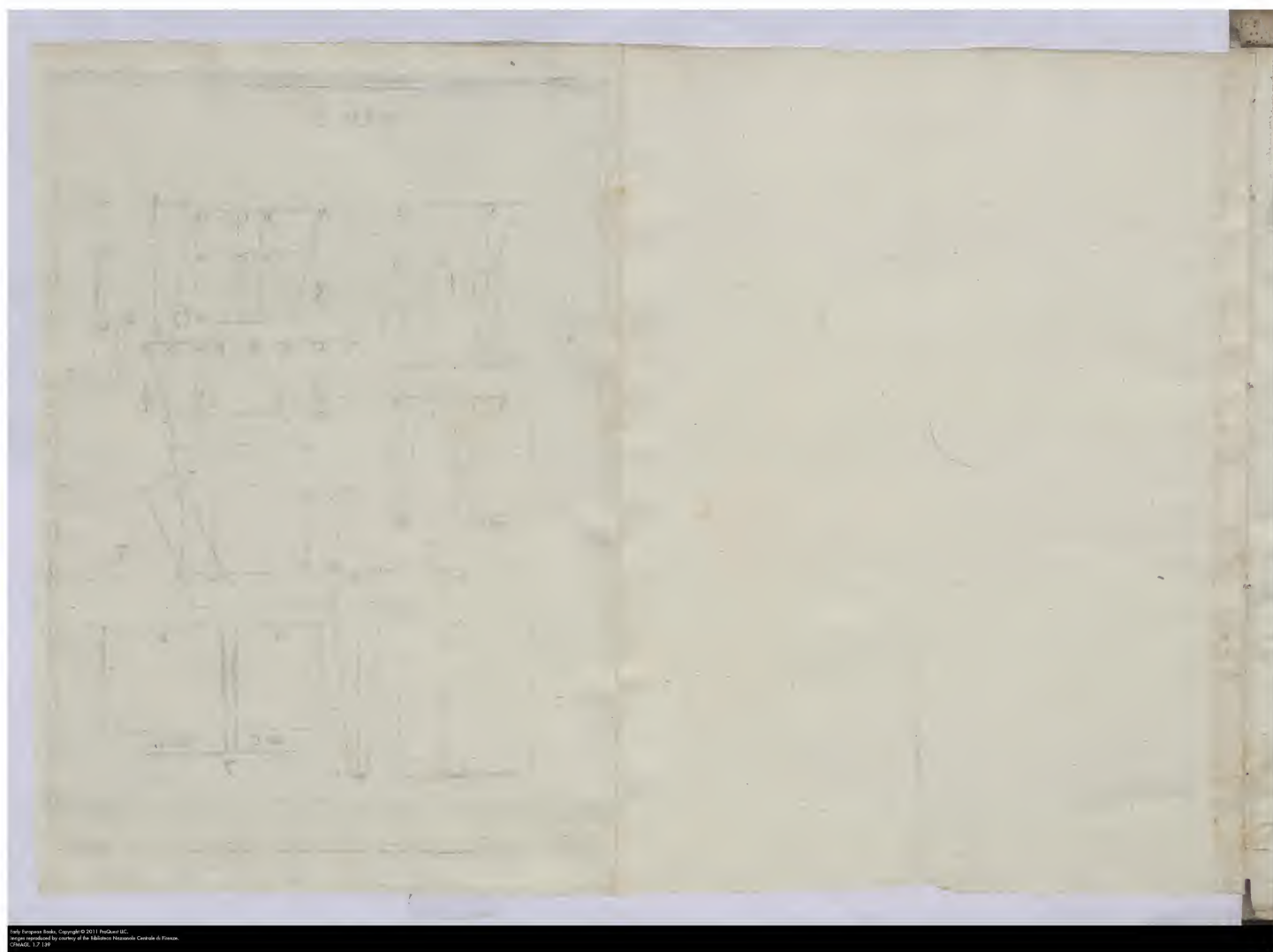
TAB. S.



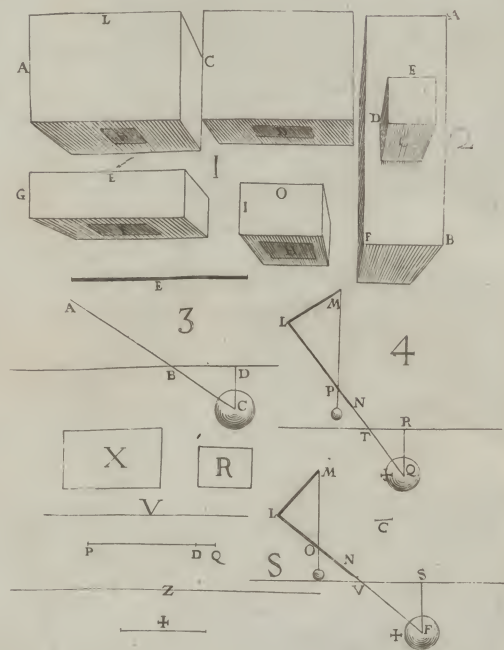


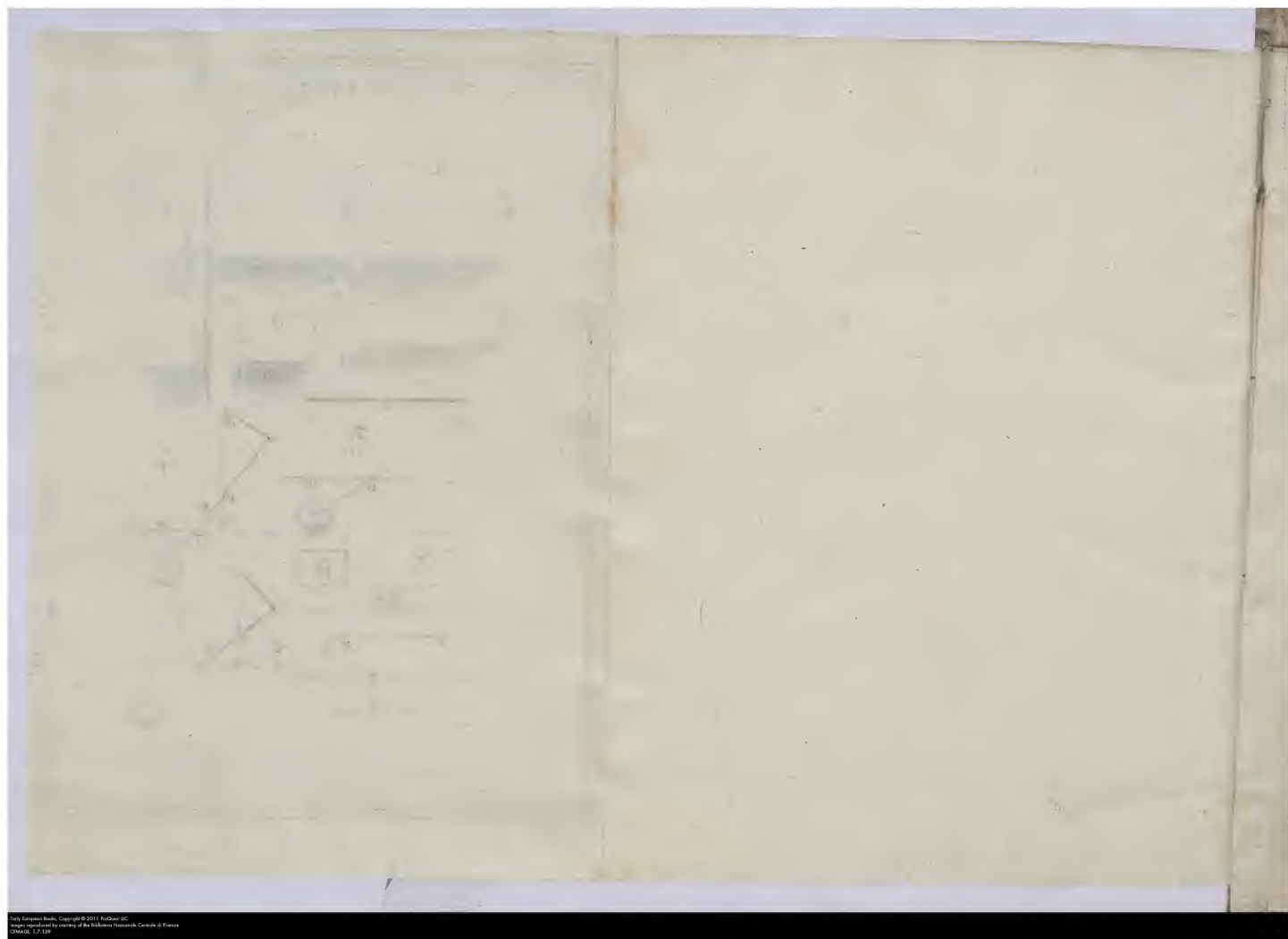
TAB. 6.



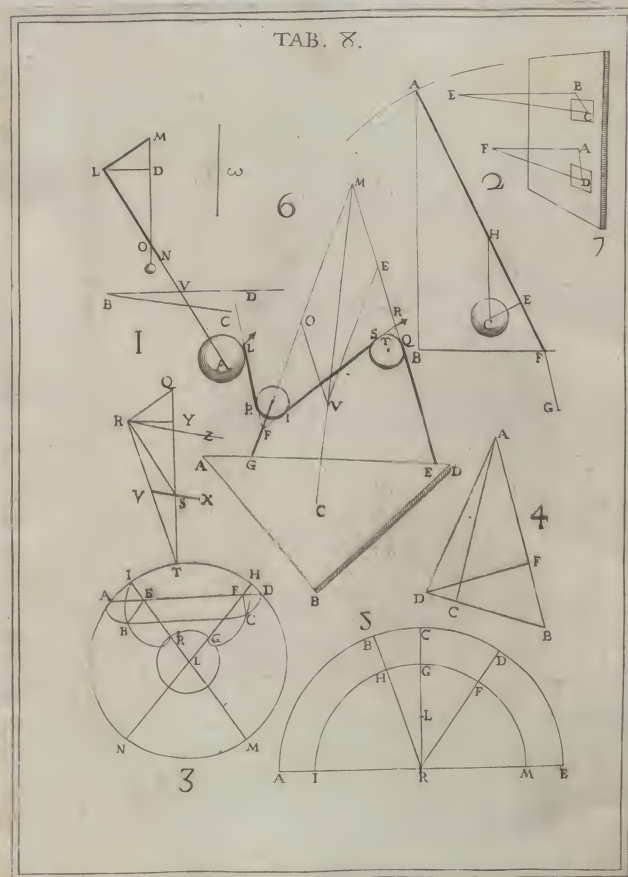


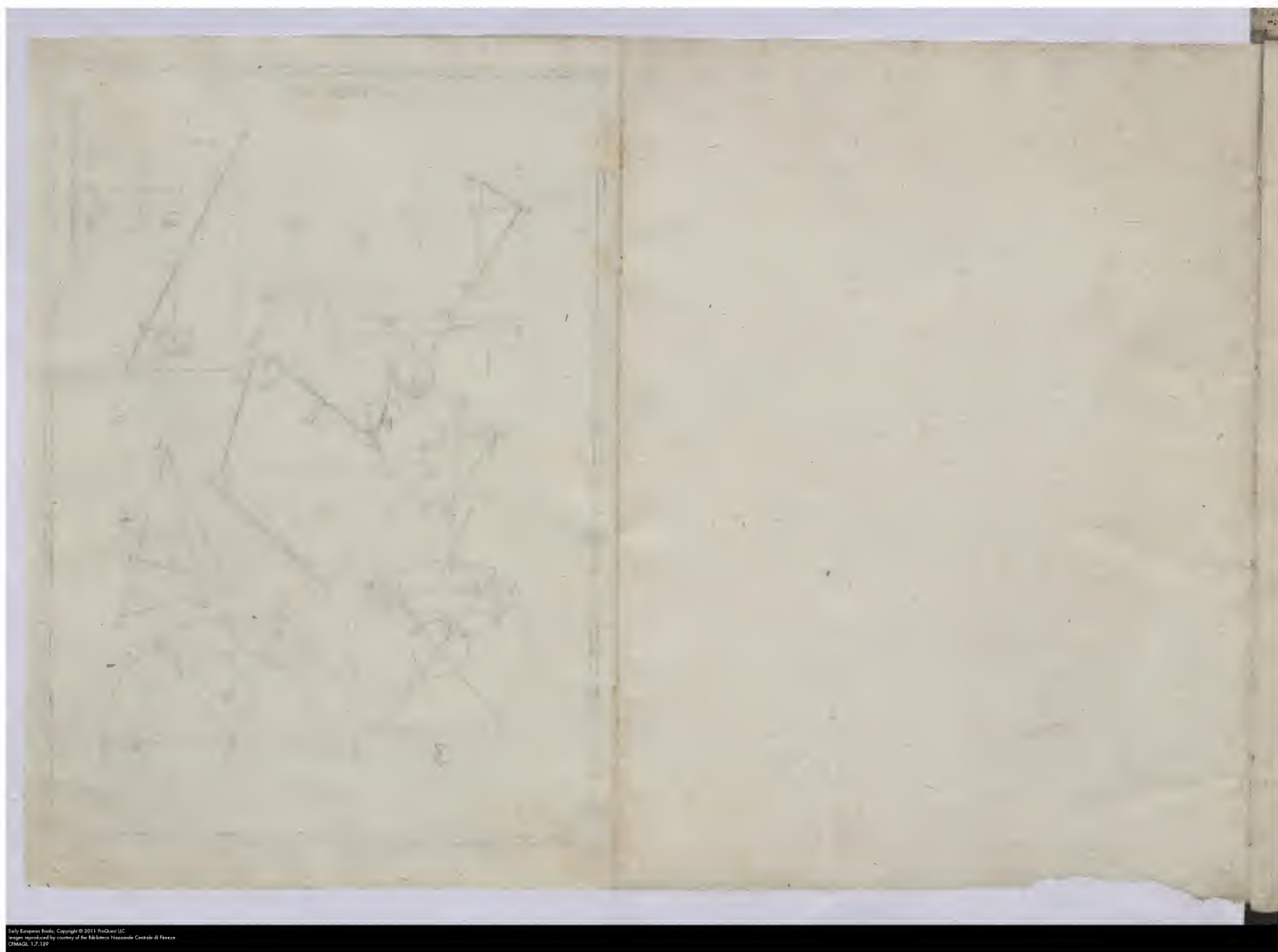
TAB. 7.

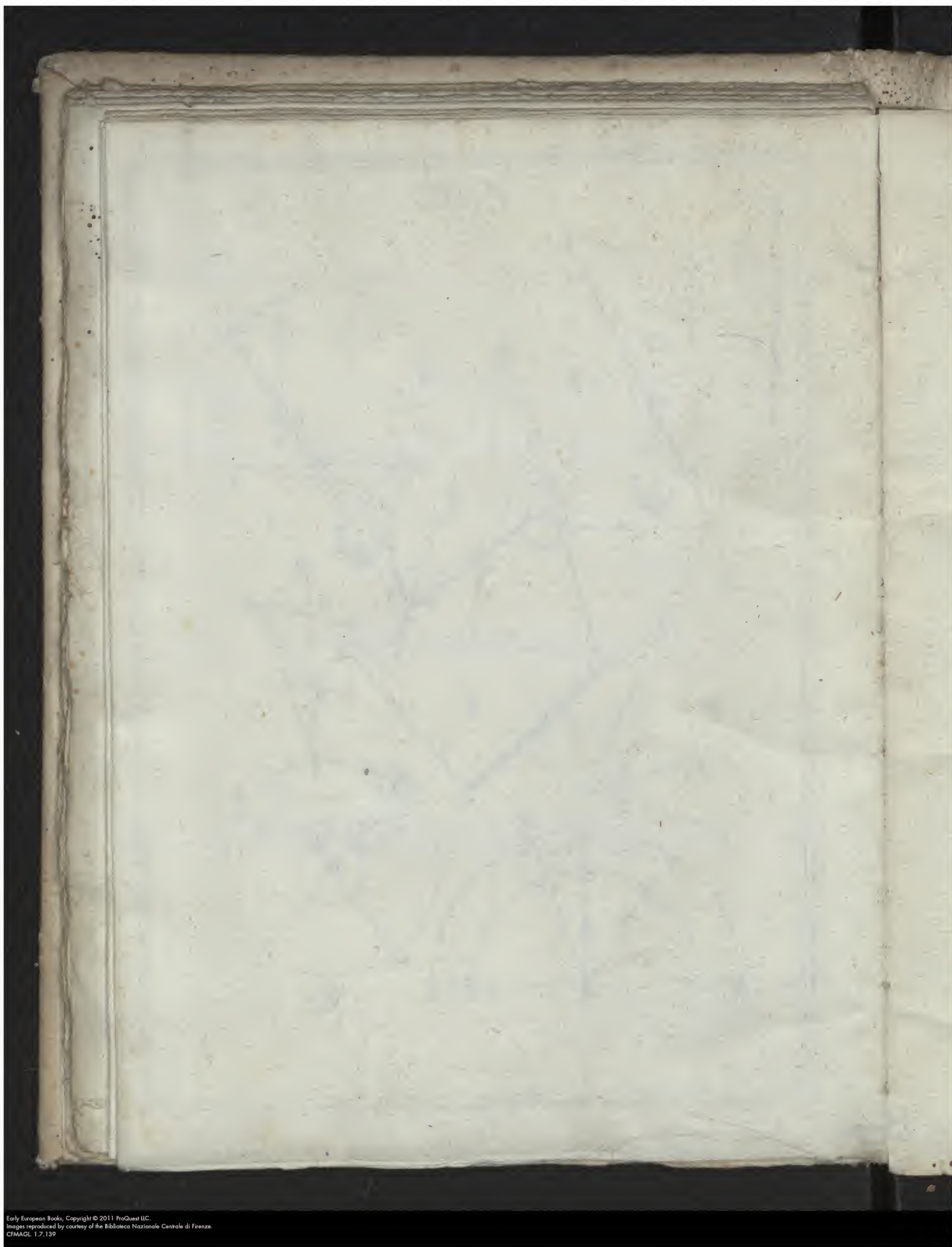


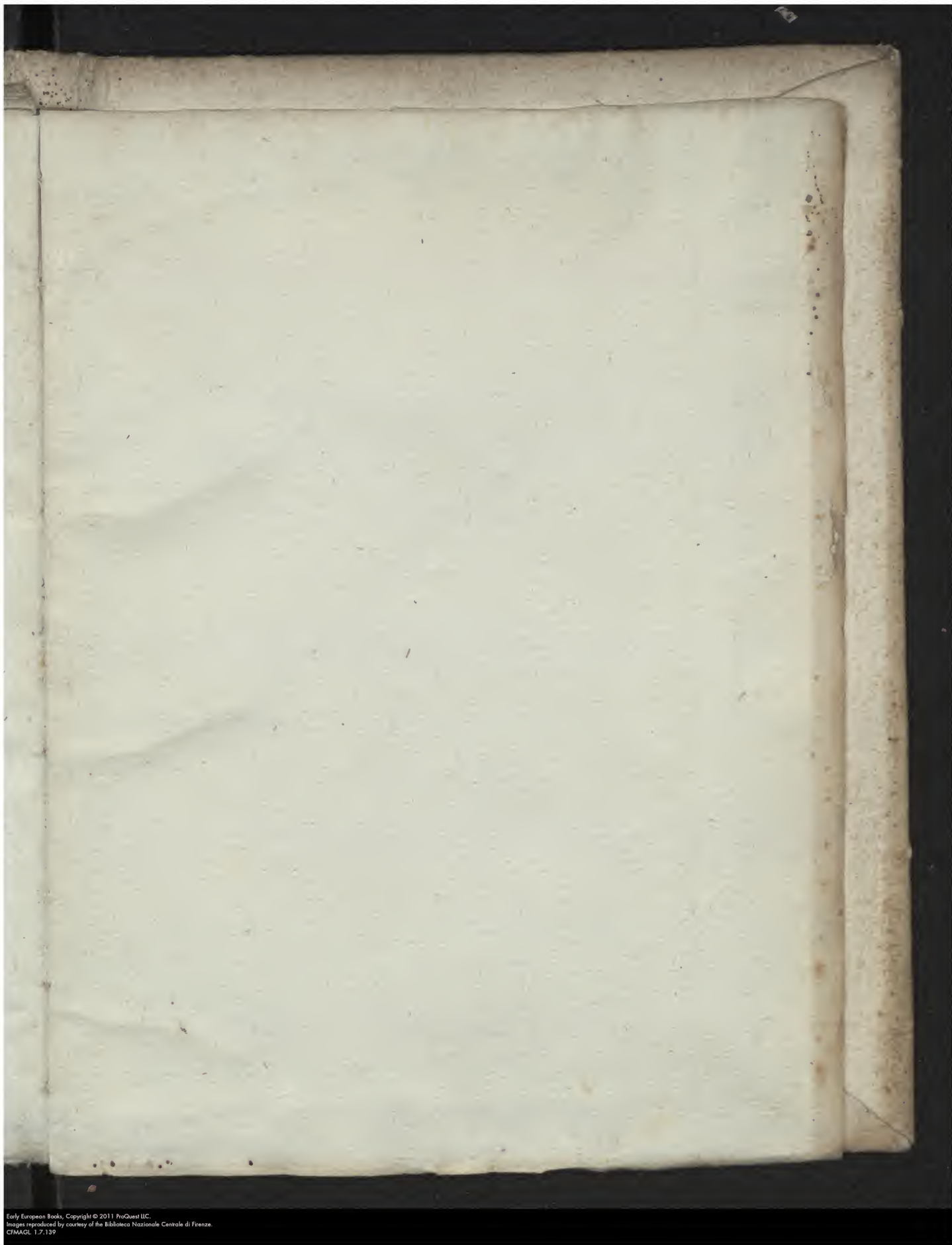


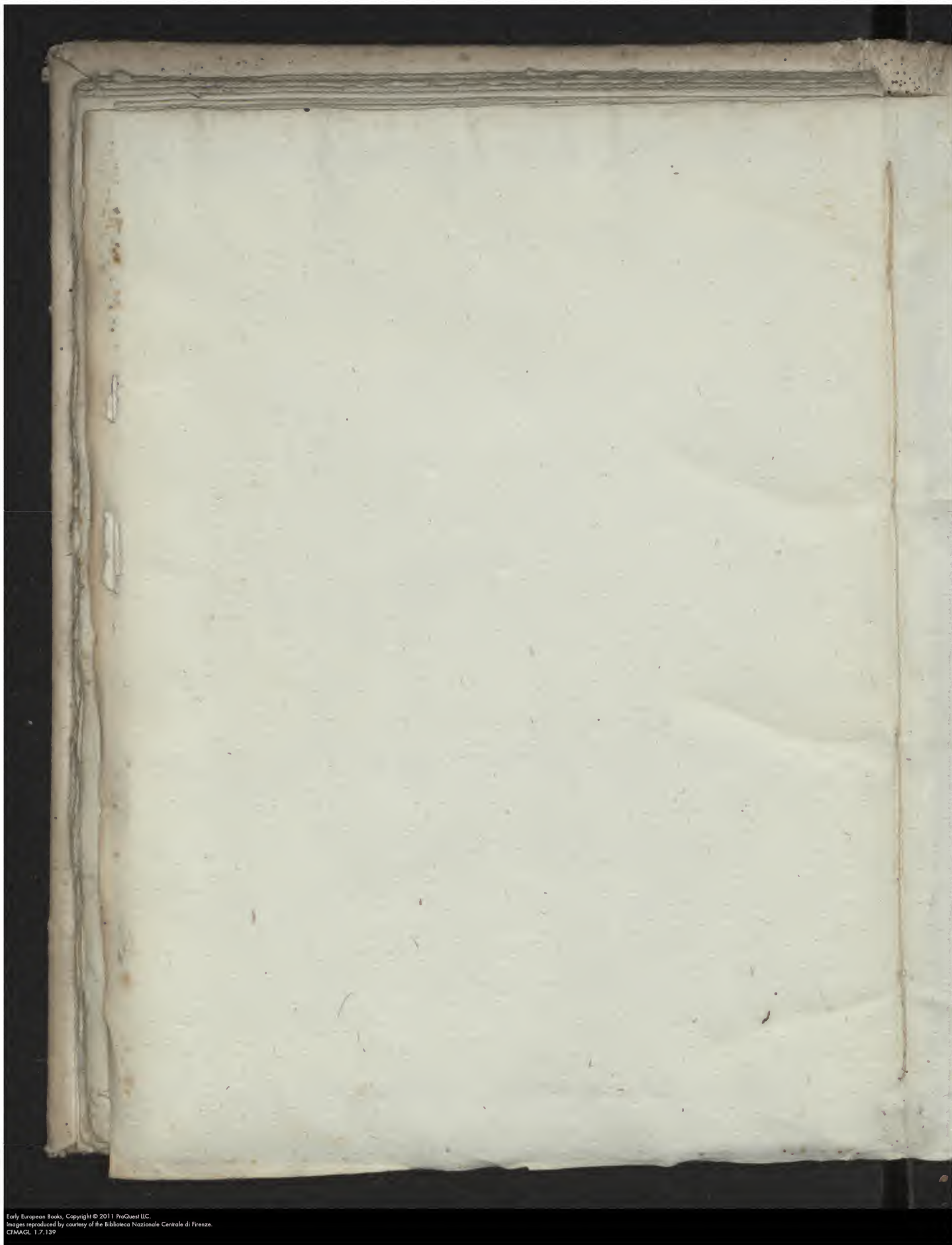
TAB. 8.

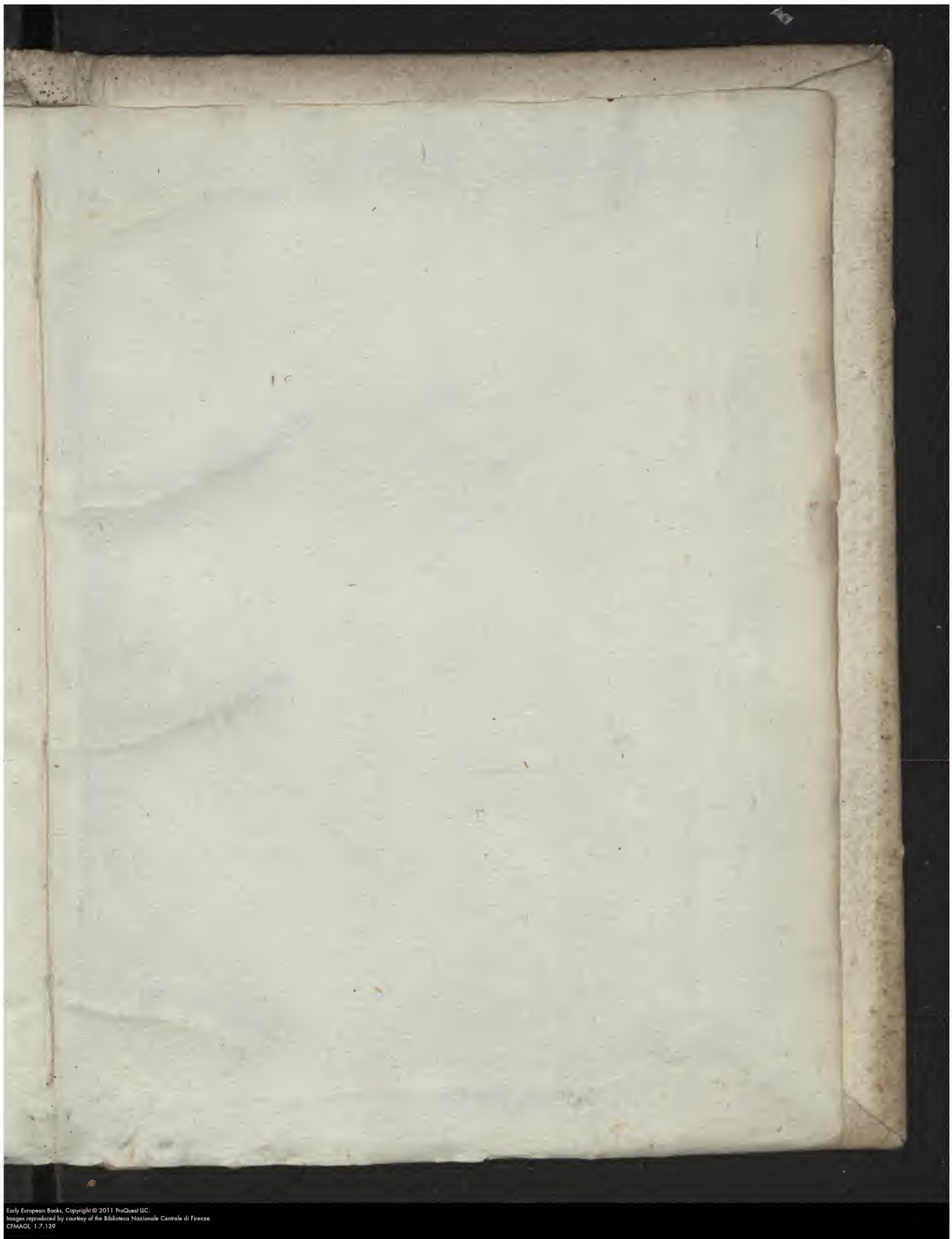












005644607

